



**UNIVERSIDAD DE CUENCA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

**ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE CARGA DE LECHO PARA PARTÍCULAS GRUESAS**

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO  
A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL

**DIRECTORA:**

Ing. Verónica Margarita Carrillo Serrano MSc.  
C.I: 0104040480

**AUTORES:**

Washington Santiago Astudillo Matute  
C.I: 0106685142  
Carlos Ramiro Padilla Guarnizo  
C.I: 0105502645

CUENCA – ECUADOR

MARZO – 2017



## Resumen

El desarrollo de una ecuación que permita la precisa determinación de las tasas de transporte de carga de lecho para ríos de topografía accidentada y con presencia de sedimento grueso en su lecho, es requerido para el mejor establecimiento de parámetros de diseño. En sí gran parte de las ecuaciones dispuestas en la literatura sobrestiman el rango del transporte de carga de lecho cuando son aplicadas a condiciones específicas que difieren de aquellas para las cuales han sido obtenidas, como canales de laboratorio, pendientes bajas, rangos limitados de caudal, etc., generando resultados no confiables. Por este motivo se pretende la determinación de la capacidad de transporte de flujos poco profundos en canales de pendientes elevadas y diversos tamaños de partículas; a través de la obtención de una ecuación para los procesos relacionados con el transporte de fondo para ríos de montaña, realizando simulaciones en laboratorio con un análisis de regresión de los datos obtenidos. Adicionalmente, se realizó un estudio comparativo de los resultados obtenidos en laboratorio con las tasas teóricas potenciales que proyectan varias ecuaciones. El estudio establece que la ecuación obtenida, determinada experimentalmente, mantiene una alta similitud con los valores reportados por las ecuaciones de Yalin (1963) y Parker (1979), con una semejanza del 97% y 92% respectivamente. A pesar de que la relación determinada representa una alternativa mejorada para la determinación de las tasas de transporte de carga de lecho en cauces de montaña con la presencia de sedimento grueso, la consideración de condiciones más reales es aun necesaria, sin embargo el modelo empírico resultado de la presente investigación puede constituirse como un sólido punto de partida para mejorar la precisión en estimación de tasas de transporte.

Palabras claves: Transporte de carga de lecho, Lecho móvil, Ecuaciones de Transporte de fondo, Regresión Lineal.



## Abstract

The development of an equation that allows the accurate determination of bed load transport rates for rivers with rugged topography and presence of coarse sediment in its bed is necessary for the better development of design parameters. Current equations provided and developed in multiple literature sources overestimate the range of bed load transport when equations are applied to specific conditions that differ from those used in the originals studies, such as laboratory channels, low slopes, limited flow ranges, etc. This all generates unreliable results. For this reason, this current study is aimed towards determining transport capacity of shallow flows in high slope channels and different particle sizes through the development of an equation for the processes related to the bottom transport of mountain rivers. Laboratory simulations and a regression analysis of the data were conducted. Additionally, a comparative study of the results obtained in the laboratory with the potential theoretical rates that projected several bed load transport equations available in the literature were carried out. The study established that the developed equation, determined experimentally, keeps a high similarity to the values reported by the empirical equations of Yalin (1963) and Parker (1979) with a similarity of 97% and 92% respectively. Although the relationship determined by the development of this new equation represents an improved alternative for determining bed load transport rates in mountain beds with the presence of coarse sediment, further studies using of more real conditions is still necessary. However, the empirical model of the present study can constitute a solid starting point to improve the accuracy in estimation of transport rates.

Key words: Bed load transport, Moving - bed, Equations of bottom transport, Linear Regression.



## CONTENIDO

LISTADO DE SIMBOLOS .....	13
1 INTRODUCCION.....	15
1.1 Antecedentes y Justificación.....	15
1.2 Objetivos.....	15
Objetivo general .....	15
Objetivos específicos.....	16
1.3 Alcance .....	16
1.4 Hipótesis .....	16
2 MATERIALES Y MÉTODOS .....	17
2.1 Proceso del transporte de fondo.....	17
Umbral de movimiento.....	17
Ecuaciones del transporte de carga de lecho .....	20
2.2 Configuración experimental .....	23
Vertedero de entrada.....	23
Material del lecho .....	27
2.3 Experimentación .....	28
2.4 Análisis Estadístico.....	29
2.5 Regresión lineal .....	29
Pruebas de hipótesis en la regresión lineal múltiple .....	31
Prueba f .....	31
Prueba t .....	32
Intervalos de confianza para los parámetros del modelo .....	32
Coeficiente de determinación múltiple.....	33
2.6 Parámetros de validación .....	33
3 RESULTADOS Y DISCUSION.....	35
3.1 Análisis del desarrollo del movimiento.....	35
3.2 Tasas de transporte .....	38
3.3 Regresión Múltiple .....	40
3.4 Parámetros de validación .....	44
3.5 Comparación con las tasas de transporte de fondo con ecuaciones de diferentes autores.....	44
4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	48
5 BIBLIOGRAFIA.....	51
ANEXOS.....	53



ANEXO 1. CALIBRACIÓN DE LA CURVA DE DESCARGA .....	53
ANEXO 2. ESTADO DE FLUJO ANTES Y DESPUÉS DE LA REJILLA.....	56
ANEXO 3. MUESTRA GRANULOMÉTRICA .....	57
ANEXO 4. PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA REGRESIÓN DE LAS ECUACIONES DE UMBRAL DE MOVIMIENTO .....	58
ANEXO 5. VALORES DE LOS PARÁMETROS A USARSE EN LA REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE .....	60
ANEXO 6. PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LAS ECUACIONES DE CADA UNO DE LOS CASOS ANALIZADOS.....	63
ANEXO 7. PARÁMETROS DE VALIDACIÓN DE LA ECUACIONES DE DIFERENTES AUTORES.....	65
ANEXO 8. TASAS DE TRANSPORTE DE FONDO CON ECUACIONES DE DIFERENTES AUTORES .....	66

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de Shields. Referencia de (Flores & Álvarez, 1998). .....	18
Figura 2. Dimensiones vertedero triangular de cresta delgada aplicado al canal del laboratorio de hidráulica. ....	23
Figura 3. Curva de descarga para el vertedero implementado en el laboratorio. ....	25
Figura 4. Dimensiones de la rejilla usada en el laboratorio. ....	25
Figura 5. Esquema del resalto hidráulico (Sotelo Ávila 2002). ....	26
Figura 6. Representación gráfica de la distribución de frecuencias (Granulometría). Tomada de (Torres Sánchez & Pesántez Peláez, 2016) .....	27
Figura 7. Caudales correspondientes a los umbrales de movimiento para las pendientes, y diámetros de sedimento considerados en la experimentación.....	36
Figura 8. Línea de ajuste de los cuatro casos analizados para caudal de umbral, obtenida mediante regresión múltiple.....	36
Figura 9. Alturas de flujo uniforme correspondientes a los umbrales de movimiento para las pendientes, y diámetros de sedimento considerados en la experimentación. ....	37
Figura 10. Línea de ajuste de los cuatro casos analizados para calado de umbral, obtenida mediante regresión múltiple.....	37
Figura 11. Diagrama de caja de los valores obtenidos del ensayo en laboratorio.....	39
Figura 12. Gráfico de dispersión de las tasas calculadas respecto a las observadas .....	43
Figura 13. Resultados comparativos de aplicación de las fórmulas empíricas de transporte de fondo con respecto a la ecuación experimental obtenida.....	46
Figura 14. Tendencias de las tasas de transporte de la ecuación experimental obtenida junto con las ecuaciones empíricas.....	47
Figura A.1.1 Dispersión de Logaritmo de caudales observados vs Logaritmo de carga. ....	54

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Variables experimentales ensayadas. ....	29
Tabla 2. Análisis de varianza .....	31
Tabla 3. Valores referenciales del Criterio de Nash-Sutcliffe. Tomado de (Molnar, 2011). ....	34
Tabla 4. Parámetros y valores para el desarrollo del umbral de movimiento. ....	35
Tabla 5. Estadísticas de la regresión potencial del caudal. ....	37
Tabla 6. Estadísticas de la regresión potencial del calado. ....	38



Tabla 7. Tasas de transporte medidas en el modelo de laboratorio. ....	39
Tabla 8. Comportamiento de la cantidad de sedimento con respecto a cada uno de los parámetros hidráulicos y geométricos. ....	41
Tabla 9. Coeficientes de la ecuación general del transporte de sedimentos. ....	41
Tabla 10. Valores de los parámetros a usarse en la regresión lineal múltiple. ....	42
Tabla 11. Coeficientes para cada caso analizado. ....	42
Tabla 12. Estadísticas de la regresión lineal múltiple. ....	43
Tabla 13. Parámetros de validación. ....	44
Tabla 14. Comparación de las Tasas de carga de lecho (kg/s-m) observadas en laboratorio, calculadas con el modelo experimental, y de ecuaciones de diferentes autores. ....	45
Tabla A.1.1 Valores de logaritmo de caudales observados y de carga. ....	53
Tabla A.1.2 Valores de las variables. ....	54
Tabla A.1.3 Caudales observados y generados con la ecuación. ....	55
Tabla A.2.1 Estados de flujo antes y después de la rejilla establecida. ....	56
Tabla A.3.1 Muestra granulométrica. Tomada de la fuente (Torres Sánchez & Pesántez Peláez, 2016). ....	57
Tabla A.3.2 Diámetros característicos. ....	57
Tabla A.4.1 Valores de análisis de varianza. ....	58
Tabla A.4.2 Análisis de hipótesis. ....	58
Tabla A.4.3 Valores de resultados. ....	58
Tabla A.4.4 Análisis de hipótesis. ....	59
Tabla A.5.1 Parámetros hidráulicos y geométricos obtenidos en laboratorio. ....	60
Tabla A.6.1 Valores de análisis de varianza. ....	63
Tabla A.6.2 Análisis de hipótesis. ....	63
Tabla A.6.3 Valores de resultados. ....	64
Tabla A.6.4 Análisis de hipótesis. ....	64
Tabla A.7.1 Parámetros de validación de las tasas de transporte de la ecuación experimental obtenida y de las ecuaciones empíricas presentes en la literatura con respecto a los valores obtenidos en laboratorio. ....	65
Tabla A.8.1 Transporte de fondo con ecuaciones de diferentes autores. ....	66

## ANEXOS

Anexo 1. Calibración de la curva de descarga. ....	53
Anexo 2. Estado de flujo antes y después de la rejilla. ....	56
Anexo 3. Muestra granulométrica. ....	57
Anexo 4. Pruebas de hipótesis de la regresión de las ecuaciones de umbral de movimiento. ....	58
Anexo 5. Valores de los parámetros a usarse en la regresión lineal múltiple. ....	60
Anexo 6. Pruebas de hipótesis de las ecuaciones de cada uno de los casos analizados. ....	63
Anexo 7. Parámetros de validación de las ecuaciones de diferentes autores. ....	65
Anexo 8. Tasas de transporte de fondo con ecuaciones de diferentes autores. ....	66



## Cláusula de Derecho de Autor.



Universidad de Cuenca  
Facultad de Ingeniería

---

## Cláusula de Derecho de Autor.

Yo, *Washington Santiago Astudillo Matute*, autor del Trabajo de Titulación "ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE CARGA DE LECHO PARA PARTÍCULAS GRUESAS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, marzo de 2017

---

Washington Santiago Astudillo Matute

C.I: 0106685142



## Cláusula de Derecho de Autor.



Universidad de Cuenca  
Facultad de Ingeniería

---

## Cláusula de Derecho de Autor.

Yo, *Carlos Ramiro Padilla Guarnizo*, autor del Trabajo de Titulación "ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE CARGA DE LECHO PARA PARTÍCULAS GRUESAS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Civil. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, marzo de 2017

Carlos Ramiro Padilla Guarnizo

C.I: 0105502645





## Cláusula de Propiedad Intelectual.



Universidad de Cuenca  
Facultad de Ingeniería

---

### Cláusula de Propiedad Intelectual.

Yo, *Washington Santiago Astudillo Matute*, autor del Trabajo de Titulación "ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE CARGA DE LECHO PARA PARTÍCULAS GRUESAS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, marzo de 2017

Washington Santiago Astudillo Matute

C.I: 0106685142



## Cláusula de Propiedad Intelectual.



Universidad de Cuenca  
Facultad de Ingeniería

---

### Cláusula de Propiedad Intelectual.

Yo, *Carlos Ramiro Padilla Guarnizo*, autor del Trabajo de Titulación "ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE CARGA DE LECHO PARA PARTÍCULAS GRUESAS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, marzo de 2017

Carlos Ramiro Padilla Guarnizo

C.I: 0105502645



## DEDICATORIA

A Dios y a la Virgen por haberme guiado por el camino correcto durante estos años de mi etapa universitaria. A mis padres Manuel y Mercedes quienes me supieron inculcar valores como el respeto, honestidad, solidaridad, responsabilidad, puntualidad, lealtad. Además, me brindaron su apoyo y cariño incondicional en cada momento de tristeza y desilusión. A mi hermano George por su constante apoyo económico y moral desde el exterior del país (Estados Unidos). De manera especial a mi hijo Kheyler quien ha sido mi inspiración y motivación para llevar por buen camino este presente trabajo de titulación. A mi pareja (esposa) Abigail quien me ha ayudado en los momentos más difíciles brindándome amor y sosiego. A mi amigo y compañero del presente trabajo de titulación Carlos, quien supo darme consejos y soportar mi carácter en todo el desarrollo de este presente trabajo de titulación. A toda mi familia y amigos quienes me acompañaron y apoyaron en lo largo de mi carrera universitaria.

***Santiago Astudillo***

Con toda humildad que mi corazón puede emanar, dedico primeramente a Dios y a la Virgen, por permitirme llegar a este momento tan importante de mi formación personal. A mis padres Ramiro y Mariana por ser pilares fundamentales, por brindarme su cariño y apoyo incondicional y porque han sabido formarme con buenos sentimientos, hábitos y valores. A mi familia en general, porque me han brindado su apoyo incondicional y por compartir conmigo buenos y malos momentos. A mi compañero Santiago, por el gran equipo que formamos para lograr esa meta.

***Carlos Padilla***



## AGRADECIMIENTO

A mi padre celestial, Dios, por haberme iluminado en el sendero de mi carrera. A mis padres que son las que más me apoyaron de forma incondicional en alcanzar mis metas y además los que me enseñaron a enfrentar los problemas de manera frontal y superarlos de manera honesta y respetuosa.

A mi directora de trabajo de titulación Ing. MSc. Verónica Carrillo, quien nos apoyó de manera incondicional en todo el desarrollo del presente trabajo de titulación. Además, nunca nos dejó solos en ningún problema presentado durante el estudio sino íbamos de la mano en la realización de este trabajo de titulación. Al Ing. MSc. Esteban Pacheco Tobar, Director del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Cuenca, quien nos brindó la apertura total del laboratorio para poder llevar a cabo el presente trabajo de titulación. Al Sr. Bruno Aguirre, Instrumentista del Laboratorio de Hidráulica, por su buena voluntad y ayuda presentada hacia nosotros durante el desarrollo de la tesis.

A mis profesores que me brindaron su conocimiento de manera responsable, eficaz y tolerante durante el periodo de mi etapa universitaria.

**Santiago Astudillo**

A mis padres, gracias por todo su esfuerzo, su apoyo y la confianza que depositaron en mí. Gracias porque siempre estuvieron a mi lado siendo los auspiciantes de mis estudios.

A todos mis profesores no solo de la carrera sino de toda la vida, por la sabiduría transmitida en el desarrollo de mi formación profesional.

A mi directora de trabajo de titulación Ing. MSc. Verónica Carrillo, por su gestión y amabilidad para entregarnos el tema de tesis, los espacios y materiales de trabajo; así como su disposición para atendernos ante cualquier duda surgida y el desarrollo de una eventual solución. Al Ing. MSc. Esteban Pacheco Tobar, Director del Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Cuenca, por la confianza brindada en cuanto al uso de equipos, materiales y espacios físicos. Al Sr. Bruno Aguirre, Instrumentista del Laboratorio de Hidráulica, por su buena voluntad y ayuda presentada hacia nosotros durante el desarrollo de la tesis.

De manera especial gracias a ti mi Dios, porque hiciste realidad este sueño, por todo el amor con el que me rodeas y porque me iluminas en el transcurso de cada uno de mis días.

**Carlos Padilla**

***“Mientras haya un 1% de probabilidad, tendremos un 99% de fe.”***

**Anónimo**



## LISTADO DE SIMBOLOS

$d_{50}$	Diámetro de las partículas para el cual la mitad de los datos son menores que dicho diámetro y la otra mitad mayores
$\delta_s$	espesor de la capa de carga de lecho
$d_s$	diámetro del sedimento representativo
$\tau_*$	esfuerzo cortante adimensional o parámetro de estabilidad de Shields
$\tau_{*c}$	Valor crítico del parámetro de estabilidad de Shields
$\tau_c$	esfuerzo cortante crítico
$\tau_o$	esfuerzo cortante de lecho
$\rho_s$	densidad del sedimento
$\rho$	densidad del fluido
$d_g$	diámetro del grano
$g$	Aceleración de la gravedad
$\mu$	viscosidad cinemática del fluido
$\Phi_s$	Angulo de reposo de la partícula de sedimento
$s$	Peso específico relativo de las partículas
$y_n$	Altura media del flujo
$\theta$	Pendiente de lecho de un río
$V_*$	Velocidad de corte
$Re$	Numero de Reynolds
$Re^*$	Número de Reynolds de corte
$d_i$	Diámetro que identifica a la marca de clase de cada intervalo y es igual a la semisuma de las aberturas de dos mallas contiguas que definen cada intervalo
$q_s$	Caudal de sedimentos por unidad de ancho
$V_s$	Velocidad promedio del sedimento en la capa de carga de lecho
$C_s$	Concentración media de sedimento
$V$	Velocidad de flujo
$F_r$	Numero de Froude
$Q$	Caudal líquido
$m$	Pendiente de lecho
$B$	Ancho del vertedero
$w$	Altura desde la base del vertedero hasta la cresta
$H$	Altura del nivel de agua sobre la cresta del vertedero (carga de agua)
$C_d$	Coefficiente de descarga
$A$	Área



$L_{ch}$	Longitud del chorro
$L_t$	Longitud del remolino turbulento
$L_j$	distancia desde la misma sección inicial hasta aquella en que se alcanza la máxima altura de la superficie del agua
$y_1$	tirante menor
$y_2$	tirante conjugado mayor
$y$	Variable dependiente
$x_i$	Variables independientes
$R$	Coefficiente de correlación múltiple
$R^2$	Coefficiente de correlación múltiple al cuadrado o coeficiente de determinación
$S_{YY}$	Suma total de cuadrados
$SSR$	Suma de cuadrados de la regresión
$SSE$	Suma de cuadrados del error
$MSR$	Cuadrado de la media de las estimaciones del modelo
$MSE$	Cuadrado de la media de los residuos
$F^*$	Estadístico de prueba F de Fisher
$\alpha$	Nivel de significancia
$t$	Estadístico de la prueba t de t-student
$E$	Coefficiente de eficiencia de Nash & Sutcliffe
$\sigma$	Desviación estándar
$\phi$	Diámetro de las partículas ensayadas
$Q_U$	Caudal líquido para el umbral de movimiento
$y_{n,u}$	Altura media para el umbral de movimiento
$R_h$	Radio hidráulico
$P_m$	Perímetro mojado
$A_m$	Área mojada



## 1 INTRODUCCION

### 1.1 Antecedentes y Justificación

El transporte de sedimento tiene un impacto considerable en los procesos que se desarrollan en un río, como por ejemplo el establecimiento de la configuración morfológica del cauce, procesos de calidad del agua entre otros. Un aspecto importante a considerar, especialmente para la operación y mantenimiento de cuerpos de agua como embalses es la pérdida de capacidad de almacenamiento (McCuen, 1989) a lo largo del tiempo de funcionamiento de las obras hidráulicas a causa del transporte y posterior deposición de sedimentos. Los valores de las tasas de sedimentación en reservorios reportan valores promedio alrededor de  $31\text{km}^3$  por año, se estiman que a estas elevadas tasas y solo considerando la capacidad de almacenamiento actual, hasta el año 2100 la mitad de la capacidad de almacenamiento se habrá perdido (McCuen, 1989).

Varios análisis del transporte de sedimentos tanto para carga de lecho como para carga en suspensión han sido desarrollados por Meyer-Peter Müller 1948, DuBoys 1879, Shields 1936, y Einstein 1942 entre los principales, sin embargo, estos estudios han sido desarrollados principalmente con material fino de diámetros característicos entre  $1.56 < d_{50} \text{ (mm)} < 28.6$  y pendientes bajas (Lamb, Dietrich, & Venditti, 2008), condiciones que no se ajustan a las presentes en ríos de montaña, (que están caracterizados principalmente por tener altas pendientes y por la presencia en el lecho de material de gran tamaño), a pesar de la importancia que estos tienen en el control del sedimento suministrado a ríos de menor pendiente localizados aguas abajo (Yager, Kirchner, & Dietrich, 2007).

El estudio de transporte de sedimentos en canales de alta pendiente y con material grueso (grava), es un proceso complejo, la naturaleza cambiante de las fuerzas motrices, la producción de sedimentos y las condiciones del lecho dan como resultado una alta incertidumbre en la cuantificación de las tasas de transporte (Carling & Reader, 1982; Papanicolaou, Bdour, & Wicklein, 2004).

El principal objetivo de la presente investigación es el desarrollo de relaciones empíricas para la determinación de umbrales de movimiento y tasas de transporte. El mismo que propone como un aporte al entendimiento de los procesos de transporte de sedimento grueso en cauces con pendientes altas, analizar dichos procesos en un ambiente de laboratorio, considerando varios escenarios de pendiente, diámetro característico, caudales, uniformidad del material, entre los principales. Los resultados del estudio pretenden constituirse en una herramienta base para futuros estudios e investigaciones.

### 1.2 Objetivos

#### Objetivo general

Aportar al entendimiento de los procesos de transporte de carga de lecho en cauces naturales con pendientes elevadas y sedimento grueso, mediante el estudio en laboratorio.



### Objetivos específicos

- Validar el procedimiento experimental mediante el análisis de condiciones conocidas.
- Analizar los procesos de transporte de carga de lecho bajo diferentes escenarios (pendiente, diámetro, uniformidad de material, caudal, etc.).
- Obtener relaciones empíricas para la determinación de umbrales de movimiento y predicción de tasas de transporte de carga de lecho.

### 1.3 Alcance

Realizar un análisis entre las ecuaciones para el cálculo del transporte de fondo de cauces propuesto por varios autores, mediante una investigación teórica – experimental, con el fin de establecer una validación de las metodologías empleadas y así poder determinar si la ecuación es aplicable o no para los condiciones de estudio planteadas, permitiendo la incorporación de estos resultados al desarrollo de una ecuación empírica, que replique los resultados obtenidos en laboratorio. Las expresiones resultantes, alcanzadas en el proceso de análisis de datos representarán un punto de partida para posteriores análisis que incluyan la consideración de parámetros más generales.

### 1.4 Hipótesis

La entrega de resultados deficientes de la tasa de transporte de carga de lecho para ríos de montaña, por parte de algunas de las ecuaciones existentes en la literatura, genera la hipótesis de que en condiciones de alta pendiente y material de lecho grueso dichas ecuaciones actuarían fuera de su rango de aplicación y por lo tanto no serían aplicables para la obtención de resultados confiables de tasas de transporte. Como un primer aporte a la obtención de ecuaciones compatibles con las características de los ríos de montaña se plantea, a través de una serie de ensayos en laboratorio, con el uso de partículas uniformes de diámetros distintos y la variación de diferentes escenarios, la obtención de una relación matemática que describa los procesos observados en el laboratorio que pueda ser sometida a procesos de calibración y validación para su posterior aplicación en cauces naturales. La ecuación resultante se prevé que conste de parámetros hidráulicos y geométricos relevantes, tanto del río como del sedimento como variables independientes, en función de los cuales se obtendrán tasas de transporte que reporten mayor precisión cuando se comparan con tasas medidas en ríos montañosos.



## 2 MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1 Proceso del transporte de fondo.

El transporte de sedimento se puede clasificar en: transporte en suspensión (material más fino), el cual se define como aquel en el que el peso en exceso de las partículas está soportado totalmente por un serie aleatoria de impulsos ascendentes impartidos por remolinos turbulentos, y transporte de fondo (material más grueso), que está comprendido por el material sólido que se mueve en proximidades de lecho de la corriente (capa de carga de lecho) (Bagnold, 1966). En los ríos de montaña, el transporte de material suelto por el fondo constituye una parte importante del transporte total. Se estima que en los ríos de alta pendiente el arrastre de material por el fondo puede comprender cerca del 50% del arrastre total, mientras que en los ríos de baja pendiente, en llanura, el transporte de material por el fondo está en el orden del 5 al 20% del transporte de carga total transportada (Aguirre-Pe, Olivero, & Moncada, 2000; Chacha C & Molina O, 2014). Varios son los factores que intervienen en el proceso de transporte de sedimento en cauces, entre los principales se registran: la pendiente, el caudal, la velocidad del flujo y su distribución, las propiedades del material, entre otros.

Einstein en 1950 define al transporte de carga de lecho como el transporte de partículas de sedimentos en una capa delgada de espesor igual a dos diámetros de la partícula representativa considerada justo encima del lecho por deslizamiento, rodadura y a veces haciendo saltos con una distancia longitudinal equivalente a unos pocos diámetros de partículas (Einstein, 1950; L. C. Van Rijn, 1984). La capa de lecho es considerada como la capa en la cual la turbulencia y sus efectos son despreciables en términos de movimiento vertical del sedimento, es decir, no puede producir la elevación de las partículas de sedimento y por lo tanto la suspensión de partículas es imposible en la misma; el espesor de la capa de lecho se define mediante la siguiente relación:

$$\delta_s = d_s(\tau_* - (\tau_*)_c) \quad \text{Ecuación 2-1}$$

donde:

$\delta_s$ , espesor de la capa de carga de lecho

$d_s$ , diámetro del sedimento

$\tau_*$ , parámetro de Shields

$(\tau_*)_c$ , parámetro crítico de Shields

#### Umbral de movimiento

Es importante el conocimiento de las condiciones límite en las que se produce el desplazamiento de una partícula de fondo por el efecto de la fuerza de arrastre del agua, es decir cuando la fuerza instantánea del fluido sobre una partícula es simplemente mayor que la fuerza de resistencia instantánea relacionada con el peso de la partícula sumergida y el coeficiente de fricción. El escenario en el que se da el movimiento incipiente de las partículas es conocido como el umbral de movimiento, los parámetros relevantes para el análisis del umbral de transporte de

sedimentos son: el esfuerzo cortante del lecho  $\tau_o$ , la densidad del sedimento  $\rho_s$ , la densidad del fluido  $\rho$ , el diámetro del grano  $d_g$ , la aceleración de la gravedad  $g$  y la viscosidad del fluido  $\mu$ ; sin embargo se ha demostrado que la condición final es también una función del ángulo de reposo (L. Van Rijn, 1993). Mediante el uso del análisis dimensional, se deduce el parámetro de estabilidad  $\tau_*$ , que representa el esfuerzo cortante adimensional actuante.

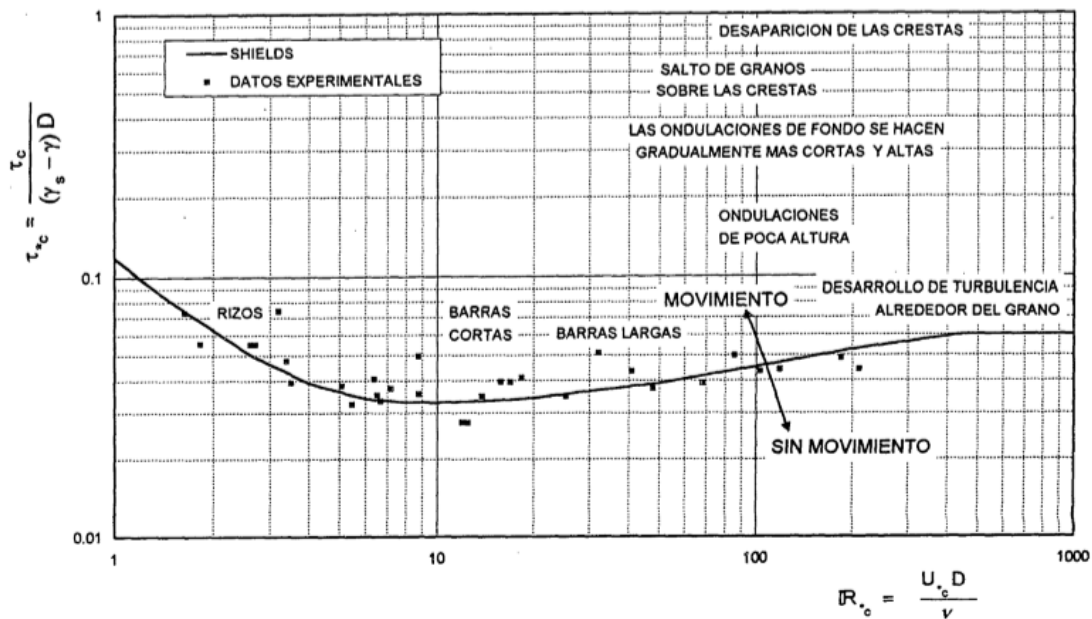
$$\tau_* = \frac{\tau_o}{\rho(s-1)gd_g} \quad \text{Ecuación 2-2}$$

donde:

$s$  = Peso específico relativo de las partículas

Este valor es comparado con el parámetro de estabilidad crítico  $(\tau_*)_c$ , definido por Shields, mediante el diagrama de Shields (Shields, 1936), el mismo que se usa para conocer el esfuerzo de fondo que hace que la partícula del lecho del cauce esté a punto de iniciar su movimiento debido a la acción del flujo, en base a la relación funcional entre el  $\tau_*$  (parámetro de estabilidad) y  $Re$  de corte o granular  $((V_*d_g)/\nu)$  (o número de Reynolds de la partícula).

**Figura 1. Diagrama de Shields. Referencia de (Flores & Álvarez, 1998).**



El movimiento de las partículas de sedimento se establece que ocurre para:

$$\tau_* > (\tau_*)_c$$

Es decir el inicio del transporte de la carga del lecho ocurre cuando el esfuerzo cortante de lecho  $\tau_o$  es mayor que un valor crítico (Chanson, 2002).

$$(\tau_0)_c = p(s-1)gd_g(\tau_*)_c \quad \text{Ecuación 2-3}$$

En referencia a flujo uniforme estacionario en canales anchos, el esfuerzo cortante de lecho se expresa mediante la relación:

$$\tau_0 = pgy_n \sin \theta \quad \text{Ecuación 2-4}$$

donde:

$y_n$  = Altura media del flujo

$\sin \theta$  = Pendiente del lecho

Reemplazando la Ecuación 2-4 en la Ecuación 2-2, se obtiene la relación del esfuerzo cortante adimensional, la que se hará uso en los análisis posteriores y que se presenta a continuación:

$$\tau_* = \frac{y_n \sin \theta}{(s-1)d_g} \quad \text{Ecuación 2-5}$$

Se debe conocer que el parámetro crítico de estabilidad adimensional  $(\tau_*)_c$  introducido por Shields, es una función del número de Reynolds de corte, el cual mide la turbulencia a nivel del grano, donde  $V_*$  es la velocidad de corte,  $d_g$  el diámetro del grano y  $\nu$  es la viscosidad cinemática:

$$(\tau_*)_c = \frac{(\tau_0)_c}{\rho(s-1)gd_g} = f(V_*d_g/\nu) \quad \text{Ecuación 2-6}$$

La Ecuación 2-6 se deduce haciendo uso de la velocidad de corte, la cual representa el esfuerzo cortante de frontera en términos de velocidad, siendo:

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad \text{Ecuación 2-7}$$

Para el análisis de movimiento incipiente en el canal del laboratorio, se obtiene la velocidad de corte en función de la altura promedio de flujo  $y_n$ , reemplazando en la Ecuación 2-7 la Ecuación 2-4, quedando la siguiente expresión:

$$V_* = \sqrt{gy_n \sin \theta} \quad \text{Ecuación 2-8}$$

El concepto introducido por Shields para el parámetro de estabilidad tiene una amplia aplicación para el estudio de los procesos de movimiento de carga de lecho, lo cual ha generado varias expresiones dirigidas a representar de mejor manera los datos experimentales, una de dichas ecuaciones y que ha sido validada para cauces de montaña es la propuesta por (Guo, 2002):

$$(\tau_*)_c = \frac{0.11}{R_{e*}} + 0.054 \left[ 1 - e^{\frac{-4R_{e*}^{0.52}}{25}} \right] \quad \text{Ecuación 2-9}$$

### Ecuaciones del transporte de carga de lecho

Para el cálculo del transporte de carga de lecho en ríos, existe hoy en día una extensa literatura técnica que reporta una serie de ecuaciones, las cuales fueron desarrolladas para ciertas condiciones como escenarios definidos de laboratorio, cauces anchos y de llanura, rangos limitados de pendiente o caudal, entre otras (Pacheco T. & Carrillo S., 2014). Las fórmulas obtenidas han sido posteriormente mejoradas con experimentos adicionales o mediante validación con valores medidos en campo (Gomez & Church, 1989).

Desde la primera relación propuesta por du Boys en 1879, hasta la actualidad, se han formulado correlaciones empíricas y semiempíricas basadas en cuatro enfoques: la tensión de arrastre sobre el lecho del río, el caudal líquido, una función estocástica para el movimiento y la potencia hidráulica. Entre las principales relaciones están: Shields (1936), Schoklitsch (1962), quien contempla la descarga específica de flujo como criterio para movimiento incipiente, Nielsen (1992), Einstein (1942 y 1950), Meyer – Peter (1949 y 1951); donde las dos últimas dan buenos resultados, en la tendencia comparada con datos de laboratorio (Chanson, 2002). La correlación de Meyer – Peter en la cual se hace ya referencia a la diferencia de la resistencia al flujo debida a la partículas que componen el lecho de la resistencia total (García Gutiérrez, 2009), se considera más apropiada para canales anchos y material grueso; las experimentaciones fueron desarrolladas en condiciones de canales artificiales con partículas uniformes y partículas combinadas (diferentes diámetros).

Las ecuaciones de Einstein son deducidas a partir de modelos físicos de saltación de granos, proponiendo el  $d_{35}$  como el diámetro efectivo para partículas combinadas y el  $d_{65}$  como el diámetro efectivo para granos rugosos (L. Van Rijn, 1993). Se debe tener especial cuidado al momento de la selección de las correlaciones empíricas teniendo en cuenta las condiciones para las cuales éstas relaciones fueron obtenidas, es decir, no se recomienda usarlas fuera de su rango de validez sin un proceso de validación adicional (Wohl, 2000).

La tasa de transporte de carga de lecho por unidad de ancho puede definirse como:

$$q_s = C_s \delta_s V_s \quad \text{Ecuación 2-10}$$

donde:

$q_s$  = Rango volumétrico del transporte de carga de lecho

$V_s$  = Velocidad promedio del sedimento en la capa de carga de lecho

$C_s$  = Concentración media de sedimento

$\delta_s$  = Espesor de la capa de carga de lecho

Para el cálculo de las tasas de transporte de carga de lecho, y el análisis comparativo con los resultados del presente estudio, se han considerado las relaciones que tienen condiciones similares a las planteadas para la experimentación, a continuación se detalla las ecuaciones consideradas:

➤ *Meyer – Peter (1949 - 1951)*

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = \left( \frac{4\tau_0}{p(s-1)gd_s} - 0.188 \right)^{3/2} \quad \text{Ecuación 2-11}$$

$$1.25 < s < 4.2$$

$$d_s = d_{50}$$

$$s = 1.25$$

➤ *Einstein (1942)*

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = 2.15 \exp\left(-0.391 \frac{\rho(s-1)gd_s}{\tau_0}\right) \quad \text{Ecuación 2-12}$$

$$1.25 < s < 4.25$$

$$0.315 < d_s < 28.6 \text{ mm}$$

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} < 0.4$$

$$d_s \approx d_{35} \text{ a } d_{45}$$

➤ *Wong and Parker (2006)*

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = 4.93(\tau_* - 0.047)^{1.6} \quad \text{Ecuación 2-13}$$

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = 3.97(\tau_* - 0.0495)^{3/2} \quad \text{Ecuación 2-14}$$

$$s = 2.55$$

➤ *Ashida y Michue*

$$q_s = 17(\tau_* - \tau_{*c})(\sqrt{\tau_*} - \sqrt{\tau_{*c}}) \quad \text{Ecuación 2-15}$$

$$\tau_{*c} = 0.05$$

➤ *Meyer Peter and Müller (1948)*

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad \text{Ecuación 2-16}$$

$$\tau_{*c} = 0.047$$

➤ *Yalin (2006)*

$$q_s = 0.635 \left( g \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \right)^{0.5} \tau_*^{3/2} \left( 1 - \frac{\ln(1-aT)}{aT} \right)^{3/2} T \quad \text{Ecuación 2-17}$$

$$a = 2.45 \left( \frac{\rho_s}{\rho_w} \right)^{0.4} \tau_{*c}^{0.5} \quad \text{Ecuación 2-18}$$

$$T = k_t \frac{\tau_*}{(\tau_*)_c} - 1 \quad \text{Ecuación 2-19}$$

$$k_t = 1 + \frac{1.5\rho_s}{\rho_w} \quad \text{Ecuación 2-20}$$

➤ *Parker (1979)*

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = 11.2 \frac{(\tau_* - 0.03)^{4.5}}{\tau_*^3} \quad \text{Ecuación 2-21}$$

➤ *Cheng (2002)*

$$\frac{q_s}{\sqrt{(s-1)gd_s^3}} = 13\tau_*^{3/2} \exp\left(-\frac{0.05}{\tau_*^{3/2}}\right) \quad \text{Ecuación 2-22}$$

➤ *Nielsen Simplificada (1992)*

$$q_s = C_s \delta_s V_s$$

$$C_s = 0.65$$

$$\frac{V_s}{V_*} = 4.8$$

$$\frac{\delta_s}{d_s} = 2.5(\tau_* - \tau_c) \quad \text{Ecuación 2-23}$$

## 2.2 Configuración experimental

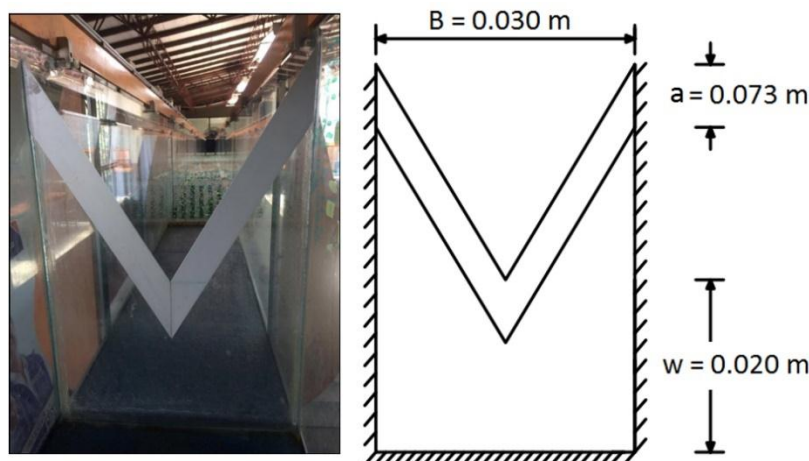
El presente estudio se desarrolla mediante experimentación en laboratorio de los procesos de transporte de sedimento, la cual se desarrolla en el canal de pendiente variable del *Laboratorio de Hidráulica & Dinámica de Fluidos del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Cuenca*. El mismo tiene una longitud de 12.50m con un ancho de 0.30m y paredes laterales de vidrio de altura 0.45m. Su pendiente se puede variar desde pendiente negativa hasta alcanzar un valor máximo positivo de 5% y un caudal de hasta 24.8 l/s aproximadamente, el cual es medido mediante la aplicación de un vertedero triangular de cresta delgada, colocado a la entrada del canal.

### Vertedero de entrada

Para el control y medición del caudal circulante en el canal abierto, se optó por la colocación de un vertedero de forma triangular, el cual es preferido cuando las descargas son pequeñas, porque la sección transversal de la lámina vertiente muestra de manera notoria la variación en altura, y de cresta delgada, cuya descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier material que puede ser biselado, pero con arista aguda y que permite que el chorro salga libremente de la cresta del vertedero, lo que se conoce como napa, entregando resultados de medición de caudal muy precisos.

La configuración del vertedero tal como se puede observar en la Figura 2 es la siguiente: un ángulo en la cresta de 60°, la cresta del vertedero (vértice del triángulo) está a una altura de 20 cm sobre el fondo del canal, colocado a lo largo de la sección transversal (30 cm), el vertedero fue construido en vidrio con un perfil de aluminio a lo largo de toda la cresta, para conseguir la configuración de pared delgada.

**Figura 2. Dimensiones vertedero triangular de cresta delgada aplicado al canal del laboratorio de hidráulica.**



Para la calibración del vertedero triangular se hace uso de la ecuación de gasto que permite calcular la descarga  $Q$  como función de las dimensiones del vertedero y la carga de fluido ( $H$ ) sobre la cresta. La ecuación general de gasto para un vertedero de pared delgada es (Sotelo Ávila, 1997):

$$Q = 2\sqrt{2g} \int_0^H x(x-y)^{\frac{1}{2}} dy \quad \text{Ecuación 2-24}$$

Sabiendo que la forma del vertedero es triangular, la Ecuación 2-24 se integra, quedando de la siguiente forma:

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) H^{5/2} \quad \text{Ecuación 2-25}$$

O también:

$$Q = C_d H^{5/2} \quad \text{Ecuación 2-26}$$

Como se puede observar en la Ecuación 2-26 los valores del caudal están definidos en función del nivel de agua sobre la cresta del vertedero ( $H$ ) y las características geométricas del mismo, a través del coeficiente de descarga  $C_d$ . Para la calibración del vertedero (determinación del coeficiente de descarga  $C_d$ ), se miden los caudales y sus correspondientes niveles de agua (sobre la cresta del vertedero) y mediante un proceso de regresión se determina el valor de  $C_d$ .

Los niveles de agua sobre la cresta del vertedero se miden mediante un limnómetro de precisión de 0.1 mm, el cual es instalado detrás de la cresta a una distancia mayor o igual a  $4H$  (la mayor carga esperada) para que no se vean afectados por la curva de descenso del agua (Potter & Wiggert David C, 2002). Para la estimación del caudal, se utilizó el perfilador de corriente acústica Flow Tracker 2D (ADV), el cual proporciona mediciones de velocidad puntual. Se considera el método de la velocidad máxima a  $0.6H$ , medido desde la superficie libre y tomando tres valores por cada punto generado que corresponden al centro y a las dos esquinas del canal. Se consideró la ecuación de la continuidad  $Q = V * A$ , desglosada de la siguiente forma:

$$Q = A_1 * ((2 * V_1) + V_2) \quad \text{Ecuación 2-27}$$

$$V_1 = V_3 ; A_1 = A_2 = A_3$$

Siendo  $V_1$  y  $V_3$  la velocidad en los extremos y  $V_2$  la velocidad en el centro.

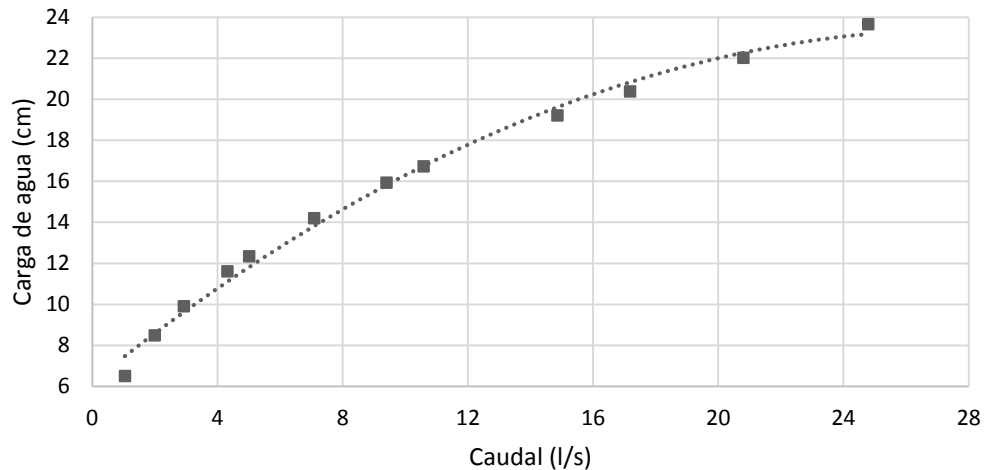
Se realizaron 12 mediciones de velocidad con su respectiva altura sobre el vertedero ( $H$ ), las cuales se utilizaron para la calibración del vertedero y la obtención de la curva de descarga del mismo, la cual se presenta en la Figura 3, mediante los puntos ajustados a la ecuación de gasto obtenida, que es:

$$Q_{generado} = 0,0105 H^{2,4542} \quad \text{Ecuación 2-28}$$



$$Q_{\text{generado}} = \frac{l}{s} ; H = \text{cm}$$

**Figura 3. Curva de descarga para el vertedero implementado en el laboratorio.**



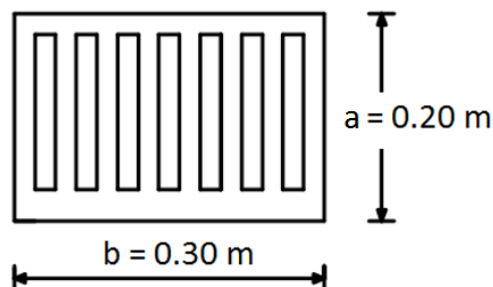
La deducción de la Ecuación 2-28, que genera la curva de descarga, se presenta en el ANEXO 1.

### Disipación de Energía

El estado de flujo turbulento es una condición natural que debe ser replicada en el canal de experimentación, sin embargo, ésta turbulencia debe obedecer a las condiciones naturales del flujo (pendiente, calado, y velocidad). Aguas abajo del vertedero se produce un resalto hidráulico que produce condiciones de turbulencia principalmente que no se ajustan a las condiciones reales, por lo que es necesaria la disipación de esta energía turbulenta.

Para la consecución de las condiciones reales de turbulencia se ha previsto la colocación de una estructura de disipación en forma de reja tal como se puede apreciar en la Figura 4.

**Figura 4. Dimensiones de la rejilla usada en el laboratorio.**



Para garantizar el correcto desempeño de la reja de disipación es necesario que ésta se ubique de tal manera que no interfiera en el normal desarrollo de los procesos hidráulicos que ocurren a la salida del vertedero, es decir, el chorro de agua que se produce desde la cresta del vertedero hasta la base del canal y el resalto hidráulico que se

desarrolla a continuación del chorro, por lo tanto, la rejilla se colocó a una distancia igual al valor de la longitud del chorro, más la longitud promedio del resalto hidráulico (En el ANEXO 2 se presenta los estados de flujo a causa de la rejilla).

La longitud del chorro se determina mediante la siguiente expresión (Carling & Reader, 1982):

$$L_{ch} = \sqrt{2(h + w)\left(\frac{V^2}{g}\right)} \quad \text{Ecuación 2-29}$$

donde:

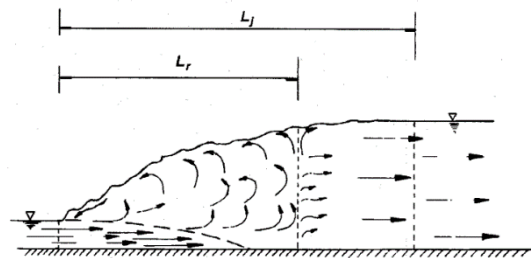
$h$  es igual a  $0.85 \cdot H$  ( $H$  es la carga del agua sobre el vertedero)

$w$  es la altura desde la base del vertedero hasta la cresta

$V$  es la velocidad sobre el vertedero ( $V = Q / \left(\frac{B \cdot H}{2}\right)$ )

En términos de la longitud del resalto, se definen dos longitudes que forman parte del mismo, la longitud del remolino turbulento  $L_t$ , que es la distancia entre la sección donde inicia la cara frontal del resalto y la otra cara que corresponde a la superficie de retroceso y  $L_j$  que es la distancia desde la misma sección inicial hasta aquella en que se alcanza la máxima altura de la superficie del agua y se estabiliza la distribución de la velocidad. Siempre se cumplirá que  $L_t < L_j$  (Sotelo Ávila 2002).

**Figura 5. Esquema del resalto hidráulico (Sotelo Ávila 2002).**



Algunas de las ecuaciones que se reportan para determinar la longitud de resalto son las de la USBR (E.U.) (US Bureau of Reclamation), Smetena (1934), Safranez (1927) y Einwachter (1933) respectivamente.

$$L_j = y_2(4.491 + 0.73F_{r1} - 0.06F_{r1}^2 + 0.001441F_{r1}^3) \quad \text{Ecuación 2-30}$$

$$L_j = 6(y_2 - y_1) \quad \text{Ecuación 2-31}$$

$$L_j = 5.9y_1F_{r1} \quad \text{Ecuación 2-32}$$

$$L_j = 8.3y_1(F_{r1} - 1)$$

Ecuación 2-33

donde:

$F_{r1}$ , número de Froude antes del resalto

$y_1$ , tirante menor

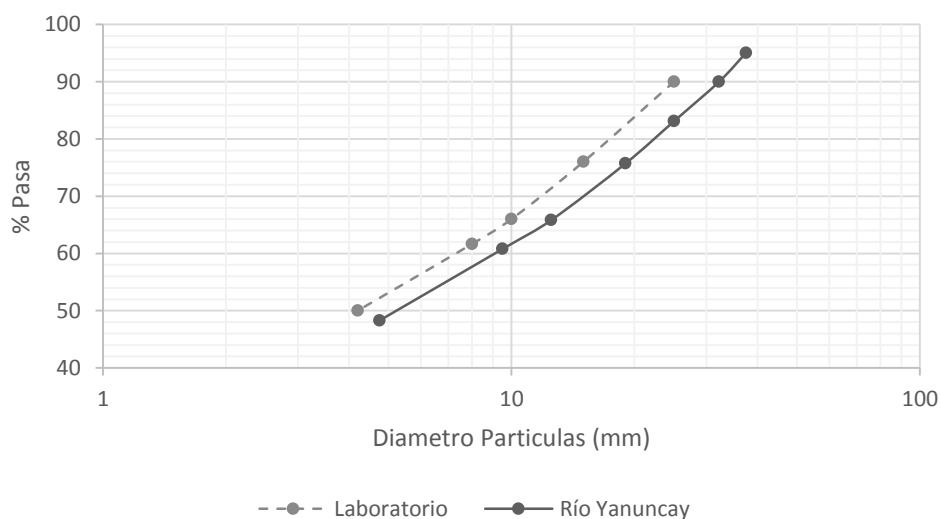
$y_2$ , tirante conjugado mayor

La longitud del resalto adoptada fue el resultado del promedio de los valores obtenidos con las ecuaciones planteadas (Ecuación 2-30 - Ecuación 2-33).

### Material del lecho

En términos del material del lecho, los ensayos en el laboratorio se configuran de la siguiente manera; primero se consideró diámetros uniformes por separado de 0.010 m (Caso A), 0.015 m (Caso B), 0.025 m (Caso C), para luego considerar una situación más general con la mezcla de las partículas de los tres diámetros (Caso D); para este último caso se dividen en proporciones que corresponden a la distribución granulométrica del río Yanuncay (la cual se presenta en la Figura 6) de la siguiente manera: se considera que el diámetro mayor de las partículas experimentales (esferas de 2.5 cm de diámetro) corresponde al  $D_{90}$  de la curva granulométrica, con la proporción de los diámetros se estableció que las esferas de diámetro de 1.5 cm corresponden al  $D_{76}$ , las partículas de 1.0 cm de diámetro corresponden al  $D_{66}$ , para los cuales les corresponde un peso que pasa (muestra usada) de 160.06 kg, 133.38 kg y 113.82 kg respectivamente y finalmente siguiendo el mismo procedimiento se determinó que para el diámetro  $d_{50}$  equivale un diámetro de 0.75 cm.

**Figura 6. Representación gráfica de la distribución de frecuencias (Granulometría). Tomada de (Torres Sánchez & Pesántez Peláez, 2016).**





### 2.3 Experimentación

Las simulaciones se desarrollaron en 4 etapas principales, como se explicó anteriormente, las tres primeras corresponden cada una a la simulación del transporte de carga de lecho con la consideración individual de los diámetros (1.0, 1.5, y 2.5 cm) y la cuarta a la mezcla de los tres diámetros. Para todos los casos se estableció un fondo fijo, es decir se colocó una capa relativamente inmóvil de esferas y sobre esta se procedió a la colocación de la porción móvil de sedimento. El material arrastrado en un tiempo determinado fue recogido, pesado, registrado con la ayuda de una trampa colocada a la salida del canal. En cada uno de los ensayos se aplicó el siguiente procedimiento:

- Se fijó la pendiente del canal, para la cual corresponde un caudal crítico teórico, en función de los diámetros de las esferas.
- Se comprobó el caudal teórico crítico correspondiente, y se procedió a suministrar un caudal superior.
- Se permitió la circulación de caudal tanto líquido como sólido durante un tiempo establecido como conveniente para la precisa determinación de las tasas de transporte.
- El material depositado en la trampa a la salida del canal es secado y pesado para la determinación de la tasa de transporte correspondiente.
- El mismo proceso se repite con el incremento de caudal.

El proceso definido se repite para distintos valores de pendiente. Obteniéndose un total de 500 datos de simulaciones para cada una de las cuales se ha determinado un valor de tasa de transporte. Para cada combinación de caudal líquido y pendiente se registraron tres valores de tasas correspondientes a tres tiempos de muestreo diferentes, para luego obtener un promedio de tasa de transporte para dicho caudal y dicha pendiente. A continuación en la Tabla 1 se presenta un resumen de los datos utilizados en la experimentación.

**Tabla 1. Variables experimentales ensayadas.**

$\phi$ (cm)	RANGO Q (l/s)	m (%)
1.00	[4.02 - 23.16]	3.0
		3.5
		4.0
		4.5
		5.0
1.5	[5.06 - 23.16]	3.0
		3.5
		4.0
		4.5
		5.0
2.5	[5.34 - 23.16]	3.0
		3.5
		4.0
		4.5
		5.0
Mezcla	[6.45 - 23.16]	3.0
		3.5
		4.0
		4.5
		5.0

## 2.4 Análisis Estadístico

Con los resultados obtenidos en la experimentación se pretende el establecimiento de un modelo matemático que permita la representación de los procesos medidos en laboratorio así como también su proyección para escenarios no considerados en la experimentación en laboratorio, expresado en una ecuación específica para las características planteadas. El modelo matemático se obtendrá mediante un proceso de regresión lineal múltiple, con los parámetros hidráulicos y geométricos, donde relaciona la variable dependiente (tasa de transporte de sedimento) con las variables independientes. Se hará uso de las ecuaciones existentes con relación a la carga de lecho, para establecer el método que mejor se ajusta con respecto al coeficiente de correlación.

## 2.5 Regresión lineal

En el modelo de regresión lineal simple, se analiza la influencia de una o más variables independientes o explicativas  $x_i$  en los valores que toma otra variable denominada dependiente ( $y$ ).

El modelo de regresión lineal múltiple es idéntico al modelo de regresión lineal simple, con la única diferencia de que aparecen más variables explicativas ( $x_1, x_2, \dots, x_k$ ); esto ofrece la ventaja de utilizar más información en la construcción del modelo y, consecuentemente, realizar estimaciones más precisas (Rojo, 2007).

Modelo de regresión simple:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x + u$$

Modelo de regresión múltiple:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \dots + b_k \cdot x_k + u$$

donde:

$y$  es la variable a predecir

$b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \dots + b_k \cdot x_k$  son parámetros desconocidos a estimar

$u$  es el error que se comete al momento de la estimación de los parámetros

La bondad de ajuste de los datos utilizados al modelo de regresión lineal múltiple se determina en términos de los siguientes parámetros:

- Coeficiente de Correlación Múltiple ( $R$ ): Mide la intensidad de la relación entre un conjunto de variables independientes y una variable dependiente (Rodríguez Jaume & Morar Catala, 2007).
- Coeficiente de Correlación Múltiple al Cuadrado o Coeficiente de Determinación ( $R^2$ ): Mide la proporción (porcentaje si lo multiplicamos por 100) de la variabilidad de la variable dependiente explicada por las variables independientes que en ese momento han sido admitidas en el modelo (Rodríguez Jaume & Morar Catala, 2007).
- Coeficiente de Determinación Ajustado ( $R^2$  ajustado): El coeficiente de determinación mide lo mismo que  $R^2$  pero en este caso no queda influenciado por el número de variables que introducimos (Rodríguez Jaume & Morar Catala, 2007).
- Error Típico de Predicción: El error típico de la predicción nos indica la parte de la variable dependiente que dejamos por explicar. A medida que se incrementa el coeficiente de determinación el error desciende (Rodríguez Jaume & Morar Catala, 2007).

En función de la Ecuación 2-10, ecuación general para el cálculo del transporte de sedimentos, se ha establecido una modificación a ésta relación (ecuación aún más general) con el objetivo de determinar la influencia que tiene cada parámetro sobre la tasa resultante de transporte y de que orden es esta contribución, la cual se presenta a continuación:

$$q_s = C_s a^x b^y c^z \quad \text{Ecuación 2-34}$$

Los términos independientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  (parámetros geométricos e hidráulicos) de la Ecuación 2-34, serán seleccionados posteriormente mediante un análisis de regresión simple de cada uno de ellos con respecto a la tasa

de transporte; los parámetros finalmente escogidos serán los que presenten influencia significativa sobre la tasa de transporte. Así, estos parámetros se constituyen en los valores de entrada para el proceso de regresión lineal múltiple (Para la regresión lineal se procederá primero a linealizar Ecuación 2-34) y en base a éstos se obtienen los exponentes (X, Y, Z), así como el valor de la constante de la ecuación, el mismo que representa la concentración media de sedimentos ( $C_s$ ).

### Pruebas de hipótesis en la regresión lineal múltiple

#### Prueba f

Para probar si existe una relación de regresión entre la variable de respuesta Y y el conjunto de variables X ( $x_1, x_2, \dots, x_k$ ); se analiza las siguientes hipótesis (Montgomery, Runger, & Hubele, 2012):

Hipótesis nula:  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$

Hipótesis alternativa:  $H_1: \text{al menos un } \beta_j \neq 0$

Se utiliza la tabla de análisis de varianza presentada a continuación en la Tabla 2:

**Tabla 2. Análisis de varianza**

Fuente de Variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media de cuadrados	Estadístico de prueba
Regresión	SSR	k	$MSR = \frac{SSR}{k}$	$F^* = \frac{MSR}{MSE}$
Error	SSE	n - p	$MSE = \frac{SSE}{n - p}$	
Total	Syy	n - 1		

donde:

Syy es la suma total de cuadrados.  $Syy = SSR + SSE$

SSR es la suma de cuadrados de la regresión

SSE es la suma de cuadrados del error

MSR cuadrado de la media de las estimaciones del modelo

MSE cuadrado de la media de los residuos

El estadístico de prueba  $F^*$  tiene una distribución F (Fisher) con  $v_1 = k$  y  $v_2 = n - p$  grados de libertad en el numerador y el denominador, respectivamente. La regla para controlar el error Tipo I (prueba f) para  $\alpha$  (El valor de  $\alpha$  es el nivel de significancia (1%, 5% o 10%), el cual a su vez determina el nivel de confianza del test (99%, 95% o 90%)) es:

$$\text{Si } F^* \leq F(1 - \alpha; k, n - p), \quad \text{concluye } H_0$$

$$\text{Si } F^* > F(1 - \alpha; k, n - p), \quad \text{concluye } H_a$$

En este caso, si el estadístico de prueba es mayor que el valor de F de la distribución F de Fisher,  $F(1 - \alpha; k, n - p)$ , se rechaza la hipótesis nula; concluyendo que la variable dependiente está relacionada con al menos una de las variables independientes (Montgomery et al., 2012).

### Prueba t

La prueba t a diferencia de la prueba f, es una prueba sobre coeficientes individuales, es decir analiza la relación entre la variable dependiente y cada una de las variables independientes. De esta manera se parte de las hipótesis siguientes (Jimenez Lizcano, 2008):

$$H_0: \beta_j = 0$$

$$H_a: \beta_j \neq 0$$

para  $j = 1, 2, \dots, k$

El estadístico de prueba apropiado es:

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{MSE \cdot C_{jj}}} \quad \text{Ecuación 2-35}$$

donde  $C_{jj}$  es el valor de la diagonal principal de la matriz inversa  $((\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1})$ :

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

El estadístico de prueba t anterior sigue una distribución t-student con  $v = n - p$  grados de libertad.

Entonces, si el valor absoluto del estadístico de prueba es mayor que el valor de tablas  $t_{\alpha/2, n-p}$ , se rechaza la hipótesis nula y la variable dependiente  $Y$  sí estará relacionada con la variable independiente  $X_k$ .

### Intervalos de confianza para los parámetros del modelo

Adicionalmente se pueden estimar intervalos de confianza para los parámetros obtenidos del modelo. Para todos los parámetros, la definición general del intervalo de confianza de  $(1 - \alpha)$  100% está dado por la siguiente expresión (Jimenez Lizcano, 2008):



$$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{MSE \cdot C_{jj}} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{MSE \cdot C_{jj}} \quad \text{Ecuación 2-36}$$

para  $j = 0, 1, 2, \dots, k$

### Coefficiente de determinación múltiple

El coeficiente de determinación múltiple permite expresar la cantidad de la variabilidad presente en las observaciones de  $Y$  que se explica mediante el modelo de regresión lineal múltiple, cuando se utilizan las variables independientes, en conjunto, como variables regresoras.

El coeficiente de determinación múltiple se representa mediante  $R^2$ , y éste presenta un rango de valores entre 0 y 1. Entre más se acerque a 1 el modelo es adecuado, ya que la mayor cantidad en la variabilidad de los datos se explica mediante el modelo. A medida que el coeficiente se aproxime a cero el modelo deja de ser adecuado, ya que la cantidad de la variabilidad explicada mediante el modelo es pobre.

El coeficiente de determinación múltiple se expresa como un porcentaje y se calcula mediante la siguiente expresión (Jimenez Lizcano, 2008):

$$R^2 = \frac{SSR}{S_{yy}} \quad \text{Ecuación 2-37}$$

## 2.6 Parámetros de validación

La bondad de ajuste del modelo obtenido con los datos medidos se verifica mediante los siguientes parámetros de validación:

**Coefficiente de correlación ( $R^2$ )** : Es una medida relativa que indica el grado de ajuste a una línea recta entre los datos observados y simulados. Un valor de  $R^2 = 1$  nos indica una tendencia lineal perfecta entre los datos, pero no significa necesariamente que éste sea de 1:1.  $R^2$  es adimensional y se calcula mediante la expresión (Oñate Valdivieso, 2007):

$$R^2 = \left( \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_o(i) - \mu_o)(Q_c(i) - \mu_c)}{\sigma_o \sigma_c} \right)^2 \quad \text{Ecuación 2-38}$$

$Q_o(i)$  Valor observado

$Q_c(i)$  Valor calculado

$\mu_o$  y  $\mu_c$  Media de los valores observados y calculados

$\sigma_o$  y  $\sigma_c$  Desviación estándar de los valores observados y calculados

$N$  Número total de observaciones

**Coefficiente de eficiencia de Nash & Sutcliffe (E):** Mide cuánto de la variabilidad de las observaciones es explicada por la simulación. Si la simulación es perfecta,  $E = 1$ . Un ajuste negativo indica que un modelo es pobre y no se ajusta a los datos observados. Mientras más cercano a uno sea este criterio estadístico mejor será la bondad de ajuste. Algunos valores sugeridos para la toma de decisiones son expuestos en la siguiente tabla:

**Tabla 3. Valores referenciales del Criterio de Nash-Sutcliffe. Tomado de (Molnar, 2011).**

E	Ajuste
<0.2	Insuficiente
0.2-0.4	Satisfactorio
0.4-0.6	Bueno
0.6-0.8	Muy bueno
>0.8	Excelente

La respectiva ecuación es:

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_o(i) - Q_c(i))^2}{\sum_{i=1}^N (Q_o(i) - \mu_c)^2} \quad \text{Ecuación 2-39}$$

**Error cuadrático medio (RMSE):** Permite comparar el ajuste entre los datos observados en campo y los calculados. Las unidades son las mismas de los datos observados. Valores de RMSE iguales a 0 son óptimos ya que los errores no existirán y la relación sería perfecta. Pueden darse cualquier valor positivo (Oñate Valdivieso, 2007).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_o(i) - Q_c(i))^2}{N}} \quad \text{Ecuación 2-40}$$

### 3 RESULTADOS Y DISCUSION

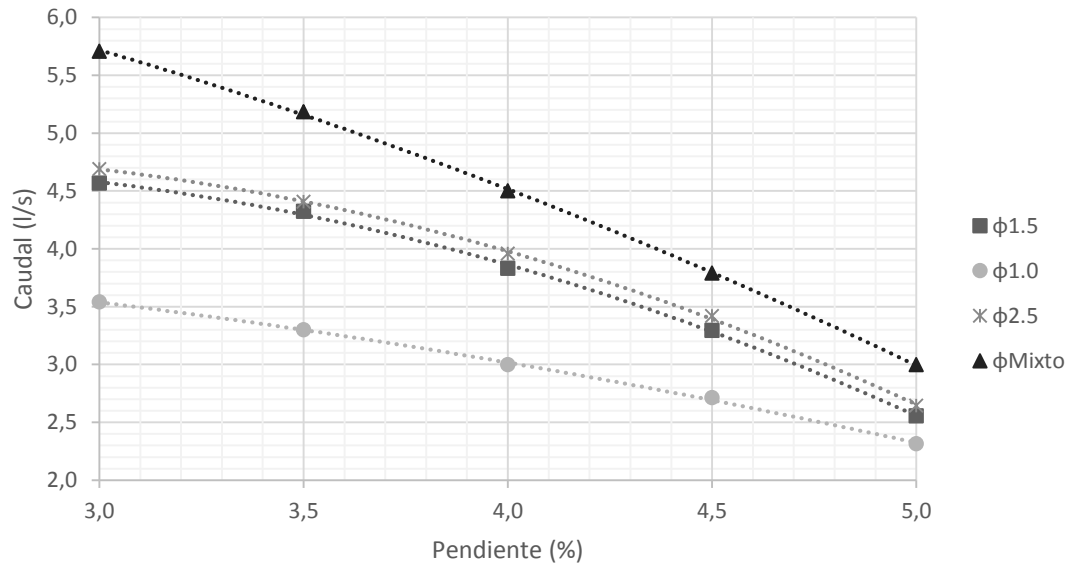
#### 3.1 Análisis del desarrollo del movimiento

El primer proceso desarrollado durante la experimentación fue la determinación de los umbrales de movimiento. Para los diferentes valores de diámetro de sedimento y pendiente del canal se han determinado los caudales y calados correspondientes para el movimiento incipiente de las partículas de sedimento o umbrales de movimiento. Los resultados se presentan a continuación en la Tabla 4, en la Figura 7 y Figura 9. Se observa que en el caso del caudal (Figura 7), para las partículas de distintos diámetros juntas en la simulación debido al acomodo de las partículas de menor diámetro en los vacíos de las de mayor diámetro, se requiere de mayor caudal para iniciar el movimiento del sedimento. En la Figura 9 se observa que mayores calados son necesarios para mover el sedimento de diámetro uniforme de 2.5 cm de diámetro, lo que quiere decir que la combinación de los diámetros en la simulación, la resistencia al flujo es menor comparada con el máximo diámetro uniforme, por lo tanto se obtiene para caudales iguales mayores calados de flujo normal.

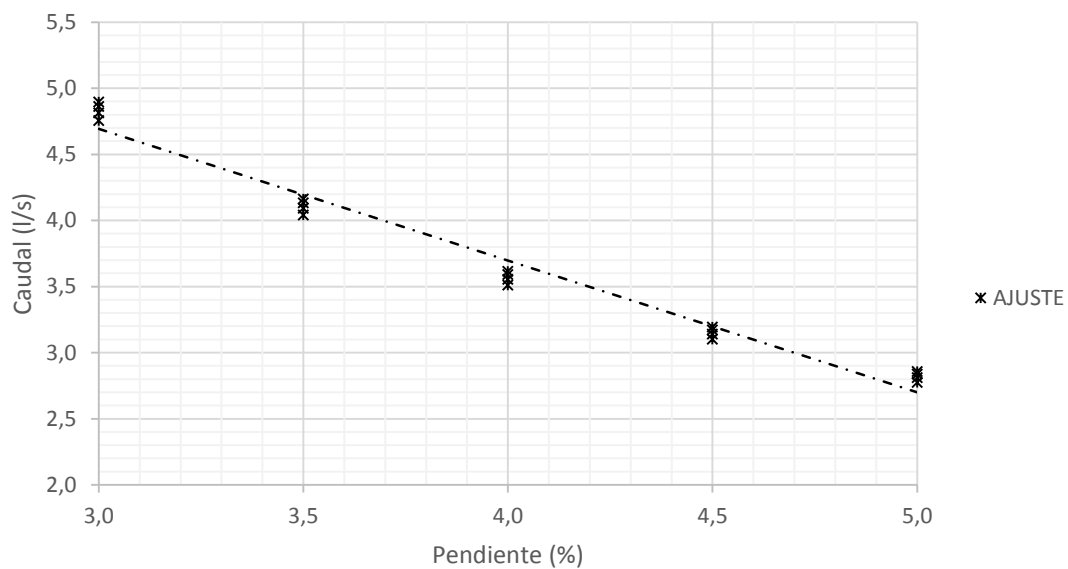
**Tabla 4. Parámetros y valores para el desarrollo del umbral de movimiento.**

Pendiente (%)	$\phi$ (cm)	$Y_n$ (m)	Caudal (l/s)
5.0	Mixto	0.028	3.00
4.5	Mixto	0.030	3.79
4.0	Mixto	0.033	4.50
3.5	Mixto	0.035	5.18
3.0	Mixto	0.038	5.71
5.0	1.00	0.020	2.32
4.5	1.00	0.022	2.71
4.0	1.00	0.025	3.00
3.5	1.00	0.026	3.30
3.0	1.00	0.029	3.54
5.0	1.50	0.025	2.56
4.5	1.50	0.027	3.29
4.0	1.50	0.030	3.83
3.5	1.50	0.032	4.33
3.0	1.50	0.035	4.57
5.0	2.50	0.030	2.64
4.5	2.50	0.032	3.42
4.0	2.50	0.035	3.96
3.5	2.50	0.038	4.41
3.0	2.50	0.040	4.69

**Figura 7. Caudales correspondientes a los umbrales de movimiento para las pendientes, y diámetros de sedimento considerados en la experimentación.**



**Figura 8. Línea de ajuste de los cuatro casos analizados para caudal de umbral, obtenida mediante regresión múltiple.**



Para caudales menores al 2.315 l/s, no se presenta inicio de movimiento (Figura 7) (para todos los casos considerados), por lo que no se registran tasas de transporte. La línea de ajuste (Figura 8), es el resultado del análisis en conjunto de los cuatro casos ( $\phi 1$ ,  $\phi 1.5$ ,  $\phi 2.5$  y  $\phi Mixto$ ), empleando un análisis de regresión múltiple del caudal en función de la pendiente del canal y el diámetro del sedimento; en la caso del diámetro mixto se utilizó  $d_{50}$  (7.5 mm) como diámetro representativo, con lo cual se obtiene la siguiente ecuación del caudal de umbral en base de la pendiente y el diámetro:

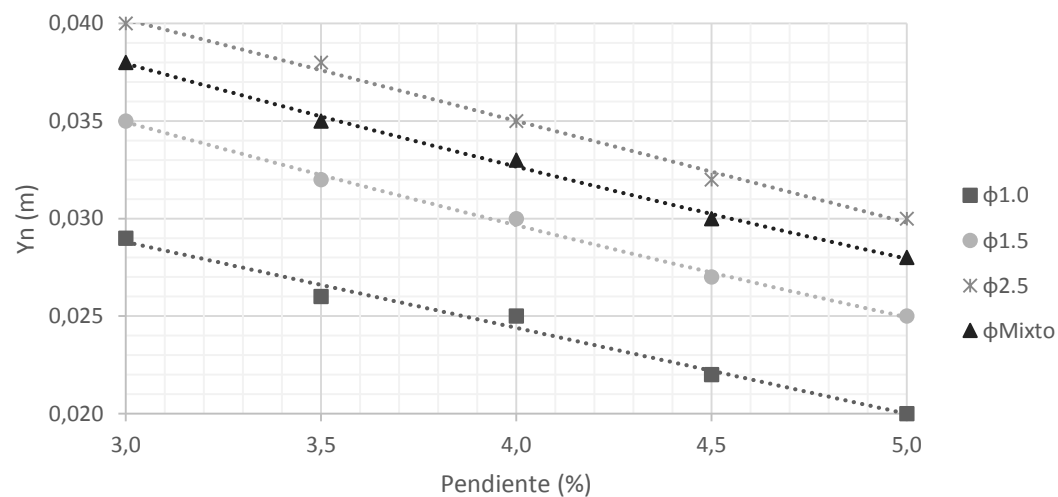
$$Q_{\text{Umbral}} = \frac{15.47509}{m^{1.0538} \phi^{0.024}}$$

Ecuación 3-1

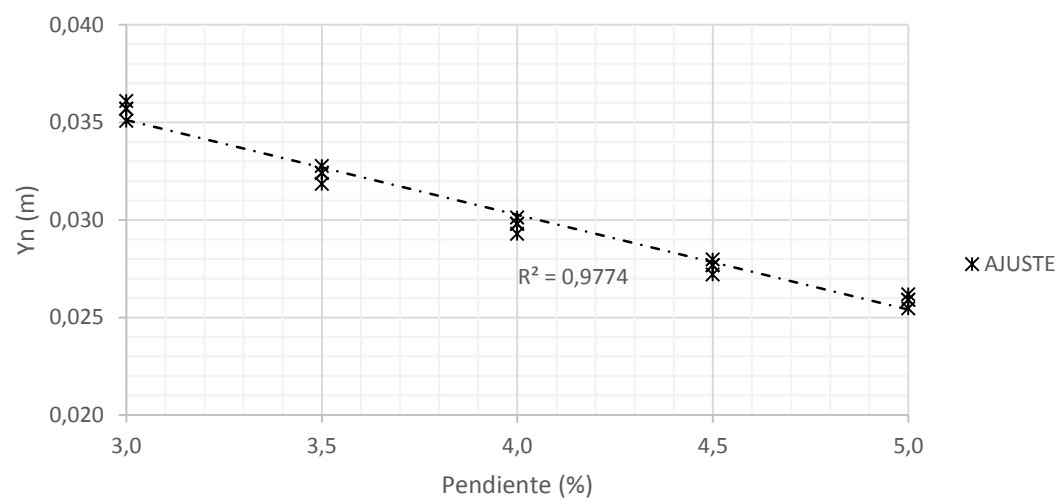
**Tabla 5. Estadísticas de la regresión potencial del caudal.**

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.980
Coefficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.973
R <sup>2</sup> ajustado	0.969
Error típico	0.012

**Figura 9. Alturas de flujo uniforme correspondientes a los umbrales de movimiento para las pendientes, y diámetros de sedimento considerados en la experimentación.**



**Figura 10. Línea de ajuste de los cuatro casos analizados para calado de umbral, obtenida mediante regresión múltiple.**



Aplicando el mismo proceso a los valores de la Figura 9, se obtiene la línea de ajuste (Figura 10), de donde resulta la siguiente ecuación del calado para el desarrollo del umbral de movimiento en base de los parámetros de pendiente y diámetro.

$$y_n = \frac{0.00371\phi^{0.1290}}{m^{0.6361}} \quad \text{Ecuación 3-2}$$

**Tabla 6. Estadísticas de la regresión potencial del calado.**

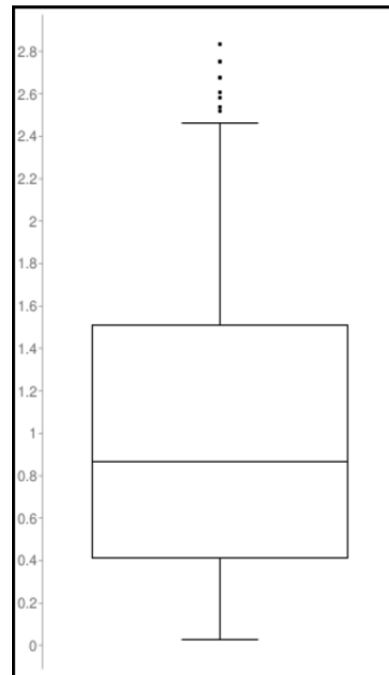
Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0.984
Coeficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.977
R <sup>2</sup> ajustado	0.977
Error típico	0.009

El análisis de los parámetros de validación de las dos regresiones realizadas se presenta en el ANEXO 4.

### 3.2 Tasas de transporte

Las tasas de transporte medidas mediante el proceso de simulación en laboratorio se presentan a continuación en la Tabla 7. Los datos presentados en la misma, son el resultado de una depuración de los 140 datos experimentales, los cuales fueron el resultado del promedio de los 500 datos que se analizaron en los ensayos. La depuración se realizó a través de un análisis de bondad de ajuste realizado mediante la aplicación del diagrama de caja (Figura 11), el cual permite observar la asimetría del grupo de datos y el tipo de comportamiento que presentan. Haciendo uso del criterio de John Tukey (1977), que identifica valores atípicos y erróneos, dependiendo de la distancia que los datos se encuentren del rectángulo principal. Se encontró 30 datos que se presume que tienen algún tipo de error o anomalía, los cuales fueron eliminados de los resultados válidos de la simulación, quedando los 110 datos que se visualizan en la Tabla 7.

**Figura 11. Diagrama de caja de los valores obtenidos del ensayo en laboratorio.**



**Tabla 7. Tasas de transporte medidas en el modelo de laboratorio.**

$\varphi$ (cm)	m (%)	Q (l/s)	Tasa (kg/s-m)	$\varphi$ (cm)	m (%)	Q (l/s)	Tasa (kg/s-m)	$\varphi$ (cm)	m (%)	Q (l/s)	Tasa (kg/s-m)
1.0	3.0	4.02	0.060	1.5	3.5	11.03	0.705	2.5	4.5	16.03	1.433
1.0	3.5	4.02	0.066	1.5	4.5	10.40	0.708	2.5	5.0	16.03	1.459
1.0	4.0	4.02	0.072	1.5	5.0	10.40	0.753	2.5	4.5	23.16	2.332
1.0	4.5	4.02	0.073	1.5	4.0	11.03	0.768	2.5	5.0	23.16	2.519
1.0	5.0	4.02	0.077	1.5	4.5	11.03	0.785	mix	3.0	6.45	0.093
1.0	3.0	7.65	0.432	1.5	5.0	11.03	0.857	mix	3.5	6.45	0.096
1.0	3.5	7.65	0.484	1.5	3.0	13.04	0.934	mix	4.0	6.45	0.148
1.0	4.0	7.65	0.487	1.5	3.5	13.04	0.980	mix	4.5	6.45	0.177
1.0	3.0	9.95	0.735	1.5	3.0	13.93	1.033	mix	5.0	6.45	0.225
1.0	3.0	12.86	1.104	1.5	4.0	13.04	1.055	mix	3.0	8.79	0.365
1.0	3.5	12.86	1.189	1.5	4.5	13.04	1.091	mix	3.5	8.79	0.397
1.0	4.0	12.86	1.200	1.5	3.5	13.93	1.100	mix	4.0	8.79	0.470
1.0	4.5	12.86	1.241	1.5	5.0	13.04	1.160	mix	4.5	8.79	0.513
1.0	3.0	14.92	1.320	1.5	4.0	13.93	1.166	mix	3.0	9.95	0.540
1.0	3.5	14.92	1.417	1.5	4.5	13.93	1.213	mix	3.5	9.95	0.553
1.0	4.0	14.92	1.481	1.5	5.0	13.93	1.289	mix	5.0	8.79	0.568
1.0	4.5	14.92	1.502	1.5	3.5	23.16	2.300	mix	4.0	9.95	0.640
1.0	3.5	19.13	1.937	1.5	4.0	23.16	2.458	mix	4.5	9.95	0.697



1.0	4.0	19.13	2.020	1.5	4.5	23.16	2.582	mix	5.0	9.95	0.764
1.0	4.5	19.13	2.111	1.5	5.0	23.16	2.676	mix	3.0	13.30	1.022
1.0	3.0	23.16	2.311	2.5	3.0	5.34	0.029	mix	3.5	13.30	1.078
1.0	3.5	23.16	2.463	2.5	3.5	5.34	0.041	mix	4.0	13.30	1.175
1.0	4.0	23.16	2.610	2.5	4.0	5.34	0.055	mix	4.5	13.30	1.205
1.5	3.0	5.60	0.029	2.5	4.5	5.34	0.064	mix	5.0	13.30	1.258
1.5	3.5	5.60	0.031	2.5	5.0	5.34	0.092	mix	3.0	16.63	1.445
1.5	4.0	5.60	0.061	2.5	4.0	7.21	0.182	mix	3.5	16.63	1.514
1.5	4.5	5.60	0.117	2.5	4.5	7.21	0.191	mix	4.0	16.63	1.615
1.5	5.0	5.60	0.147	2.5	5.0	7.21	0.258	mix	4.5	16.63	1.676
1.5	3.0	7.98	0.280	2.5	4.0	9.01	0.403	mix	5.0	16.63	1.759
1.5	3.5	7.98	0.301	2.5	4.5	9.01	0.450	mix	3.5	18.74	1.818
1.5	4.0	7.98	0.375	2.5	5.0	9.01	0.481	mix	4.0	18.74	1.911
1.5	4.5	7.98	0.382	2.5	4.0	10.25	0.567	mix	4.5	18.74	1.993
1.5	5.0	7.98	0.443	2.5	4.5	10.25	0.606	mix	5.0	18.74	2.092
1.5	3.0	10.40	0.579	2.5	5.0	10.25	0.654	mix	3.5	23.16	2.404
1.5	3.5	10.40	0.606	2.5	4.0	13.75	1.009	mix	4.0	23.16	2.537
1.5	3.0	11.03	0.669	2.5	4.5	13.75	1.107	mix	4.5	23.16	2.675
1.5	4.0	10.40	0.672	2.5	5.0	13.75	1.157				

### 3.3 Regresión Múltiple

Como un procedimiento de soporte a la identificación de las variables representativas del proceso de transporte de carga de lecho, antes de generar la regresión múltiple se aplicó regresión simple de las tasas de transporte con cada una de las variables independientes, los parámetros de éstas regresiones simples se muestran a continuación en la Tabla 8, donde se indican los valores del comportamiento que relaciona la cantidad de sedimento con respecto a cada uno de los parámetros geométricos e hidráulicos. La regresión lineal que mejor se ajusta es la lineal, con un coeficiente de correlación cercano a la unidad.



**Tabla 8. Comportamiento de la cantidad de sedimento con respecto a cada uno de los parámetros hidráulicos y geométricos.**

Parámetro Hidráulico - Geométrico	Símbolo	Regresión simple	Coefficiente R <sup>2</sup>
Pendiente	$m$	Lineal	0.9666
Espesor de la capa de la carga del lecho	$\delta_s$	Lineal	0.9119
Velocidad de corte	$V_s$	Lineal	0.9325
Velocidad	$V$	Lineal	0.7236
Radio Hidráulico	$R_h$	Lineal	0.7074
Calado	$y$	Lineal	0.7023
Perímetro mojado	$P_m$	Lineal	0.7279
Área mojada	$A_m$	Lineal	0.6289

Se procede a aplicar un proceso de regresión lineal múltiple a los datos presentados en la Tabla 7, con el objetivo de obtener un modelo matemático que describa los procesos observados en el laboratorio (tasas de transporte) en función de las variables independientes seleccionadas como representativas, en base al coeficiente de correlación más alto obtenido (Tabla 8), las cuales son: espesor de la capa de carga de lecho ( $\delta_s$ ), velocidad promedio del sedimento en la capa de carga de lecho ( $V_s$ ) y la pendiente ( $m$ ). Las variables independientes finales escogidas (ver Tabla 9), se derivan de los parámetros geométricos e hidráulicos que se detallan en la sección del Umbral de movimiento y se ingresan en la Ecuación 2-34.

**Tabla 9. Coeficientes de la ecuación general del transporte de sedimentos.**

Coeficiente	Parámetro independiente
$a$	$V_s$
$b$	$m$
$c$	$\delta_s$

A continuación se presenta en la Tabla 10 un extracto de los valores de las variables y de los parámetros hidráulicos y geométricos, usados en la regresión múltiple. Los valores restantes se presentan en el ANEXO 5.

**Tabla 10. Valores de los parámetros a usarse en la regresión lineal múltiple.**

<b>m</b> (%)	<b>Q</b> (l/s)	<b><math>y_n</math></b> (m)	<b><math>\phi</math></b> (cm)	<b><math>V_*</math></b> (m/s)	<b><math>\phi</math></b> (cm)	<b><math>\tau_o</math></b> (Pa)	<b><math>\tau_*</math></b>	<b><math>\delta_s</math></b> (m)	<b>Tasa – Laboratorio Kg/s – m</b>
3.5	3.97	0.026	1.00	0.094	1.00	8.911	0.051	0.00001	0.066
4.0	3.97	0.026	1.00	0.101	1.00	10.209	0.059	0.00009	0.072
4.5	3.97	0.026	1.00	0.107	1.00	11.457	0.066	0.00016	0.073
5.0	3.97	0.026	1.00	0.112	1.00	12.450	0.072	0.00022	0.077
3.0	10.46	0.050	1.50	0.123	1.50	14.982	0.058	0.00012	0.579
3.5	10.46	0.050	1.50	0.131	1.50	17.137	0.066	0.00024	0.606
4.0	10.46	0.050	1.50	0.140	1.50	19.634	0.076	0.00039	0.672
4.5	10.46	0.050	1.50	0.149	1.50	22.033	0.085	0.00053	0.708
5.0	10.46	0.050	1.50	0.155	1.50	23.942	0.092	0.00063	0.753
3.5	19.47	0.060	1.00	0.144	1.00	20.564	0.119	0.00069	1.937
4.0	19.47	0.060	1.00	0.154	1.00	23.560	0.136	0.00086	2.020
4.5	19.47	0.060	1.00	0.163	1.00	26.439	0.153	0.00103	2.111
3.0	23.65	0.065	1.00	0.140	1.00	19.477	0.112	0.00062	2.311
4.5	23.65	0.090	2.50	0.199	2.50	39.659	0.092	0.00105	2.332
3.5	23.65	0.085	0.75	0.171	0.75	29.132	0.224	0.00131	2.404
4.0	23.65	0.075	1.50	0.172	1.50	29.450	0.113	0.00095	2.458
3.5	23.65	0.065	1.00	0.149	1.00	22.278	0.129	0.00079	2.463
5.0	23.65	0.090	2.50	0.208	2.50	43.096	0.099	0.00123	2.519

Resultado del proceso de regresión lineal efectuado con los datos depurados de la experimentación se han obtenido los exponentes y coeficientes de la Ecuación 2-34, los cuales se presentan para todos los casos considerados, a continuación en la Tabla 11.

**Tabla 11. Coeficientes para cada caso analizado.**

	<b>CASO A</b>	<b>CASO B</b>	<b>CASO C</b>	<b>CASO D</b>
<b><math>C_s</math></b>	0.0015	0.0025	2377.1251	0.0001
<b>X</b>	4.191	5.476	-12.260	5.164
<b>Y</b>	-3.886	-4.274	-3.228	-4.433
<b>Z</b>	0.756	0.703	7.095	0.466

El análisis de la prueba de hipótesis se presenta en el ANEXO 6.

Las estadísticas de las regresiones lineales para cada caso considerado se presentan a continuación en la Tabla 12, como se puede observar, para todos los casos se reportan valores altos del coeficiente de correlación, por lo que se puede establecer que los modelos experimentales obtenidos constituyen una adecuada representación de los

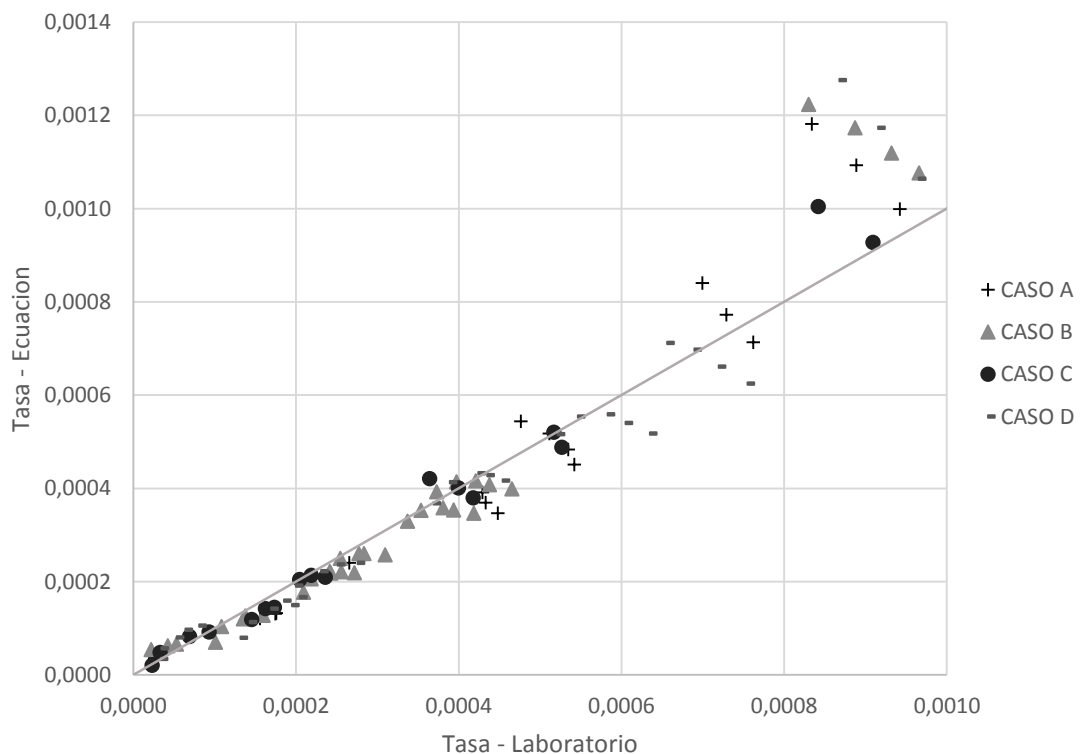
procesos simulados y medidos en laboratorio, tanto para los casos de diámetro uniforme (Caso A, Caso B y caso C) como para la distribución de diámetros (Caso D).

**Tabla 12. Estadísticas de la regresión lineal múltiple.**

	CASO A	CASO B	CASO C	CASO D
<b>Coefficiente de correlación múltiple</b>	0.9871	0.9613	0.9897	0.9730
<b>Coefficiente de determinación <math>R^2</math></b>	0.9744	0.9240	0.9795	0.9467
<b><math>R^2</math> ajustado</b>	0.9702	0.9159	0.9747	0.9410
<b>Error típico</b>	0.0932	0.1080	0.0719	0.1005
<b>Observaciones</b>	22	32	17	32

Así también se analiza mediante un diagrama de dispersión (Figura 12), la diferencia entre las tasas de transporte obtenidas con la ecuación experimental con las tasas medidas en laboratorio así como también la tendencia que presenta esta diferencia, es decir, para que valores o rangos la ecuación sobreestima o subestima los datos medidos (reales). Tal como se registra en la Figura 12 para valores de tasas menores a  $0.0006 \text{ kg/s} - m$ , los puntos de la gráfica bordean la línea de la unidad, con una ligera tendencia de la ecuación experimental a subestimar las tasas de laboratorio (tasas calculadas menores que las tasas medidas). Tendencia que cambia a partir de valores de las tasas de  $0.0007 \text{ kg/s} - m$  aproximadamente donde las tasas calculadas con el modelo empírico resultan mayores que las tasas medidas.

**Figura 12. Gráfico de dispersión de las tasas calculadas respecto a las observadas.**



### 3.4 Parámetros de validación

En la Tabla 13 se comparan los parámetros de validación ( $R^2$ , coeficiente de correlación; E, coeficiente de eficiencia de Nash  $\delta$  Sutcliffe; RMSE, error cuadrático medio) para las cuatro distintas ecuaciones obtenidas de los diferentes casos, ensayados en el laboratorio.

**Tabla 13. Parámetros de validación.**

	CASO A	CASO B	CASO C	CASO D
$R^2$	0.94	0.97	0.85	0.93
E	0.91	0.94	0.87	0.89
RMSE	0.25	0.07	0.12	0.25

Con referencia a los resultados presentados en la Tabla 13; se concluye que todas las ecuaciones presentan buenos valores de parámetros de validación, pero debido a que el caso D representa el mejor escenario (condición más próxima al natural), se define a ésta ecuación como la ecuación experimental final. También se analizan los parámetros de validación obtenidas de las ecuaciones de distintos autores que presentan los mejores resultados en comparación con la ecuación experimentalmente obtenida, mostrándose en el ANEXO 7 los resultados.

### 3.5 Comparación con las tasas de transporte de fondo con ecuaciones de diferentes autores

Con el objetivo de realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos con la ecuación planteada en el presente estudio (Ecuación 2-34, caso D) con algunas de las ecuaciones más representativas de las condiciones aplicadas en la simulación experimental, se utilizaron las siguiente ecuaciones de transporte: Einstein (1942), Wrong and Parker (2006), Yalin (1963), Parker (1979), Meyer – Peter (1949 - 1951), Ashida y Michue (1972), Meyer Peter and Müller (1948), Cheng (2002), Nielsen Simplificada (1992).

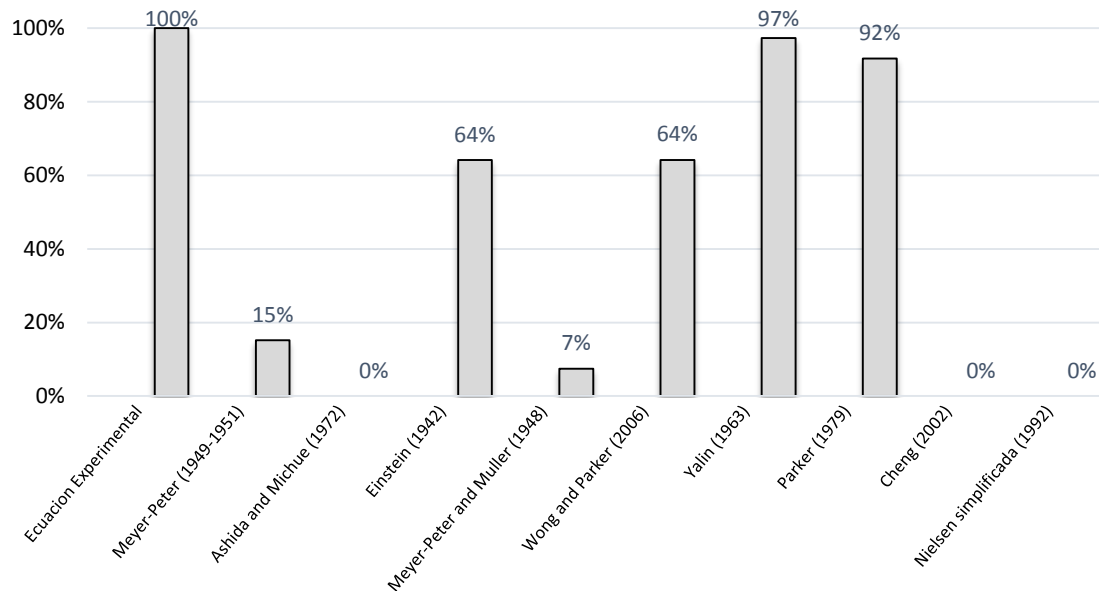
Un extracto de los resultados de las tasas de transporte de las diversas ecuaciones (para las mismas condiciones de entrada) consideradas se indican a continuación en la Tabla 14; los demás resultados son presentados en el ANEXO 8.

**Tabla 14. Comparación de las Tasas de carga de lecho (kg/s-m) observadas en laboratorio, calculadas con el modelo experimental, y de ecuaciones de diferentes autores.**

Laboratorio (kg/s-m)	Ecuación experimental (kg/s-m)	Meyer-Peter (1949- 1951) (kg/s-m)	Einstein (1942) (kg/s-m)	Ashida and Michue (1972) (kg/s-m)	Meyer-Peter and Muller (1948) (kg/s-m)	Wong and Parker (2006) (kg/s-m)	Yalin (1963) (kg/s-m)	Parker (1979) (kg/s-m)	Cheng (2002) (kg/s-m)	Nielsen simplificada (1992) (kg/s-m)
0.073	0.072	0.244	0.067	0.182	0.279	0.101	0.128	0.144	0.135	0.484
0.077	0.074	0.361	0.107	0.289	0.401	0.154	0.205	0.218	0.215	0.642
0.064	0.059	-	0.019	0.001	0.005	-	0.000	0.041	0.035	0.042
0.092	0.166	0.052	0.038	0.036	0.111	0.018	0.024	0.088	0.072	0.358
0.061	0.186	0.180	0.050	0.118	0.228	0.070	0.081	0.117	0.100	0.483
0.117	0.207	0.390	0.105	0.285	0.451	0.160	0.198	0.231	0.211	0.806
0.147	0.215	0.591	0.171	0.464	0.662	0.250	0.328	0.354	0.343	1.084
0.093	0.657	0.576	0.478	0.545	0.611	0.261	0.403	0.400	0.457	0.834
0.096	0.638	0.848	0.697	0.861	0.887	0.393	0.649	0.638	0.775	1.144
0.397	0.933	1.150	0.933	1.234	1.193	0.545	0.945	0.924	1.172	1.479
0.470	0.886	1.591	1.254	1.804	1.639	0.770	1.405	1.370	1.801	1.956
0.513	0.844	2.056	1.565	2.434	2.109	1.012	1.920	1.867	2.509	2.451
0.654	0.746	0.979	0.270	0.734	1.118	0.407	0.514	0.580	0.542	1.933
0.579	0.492	0.186	0.052	0.123	0.235	0.073	0.084	0.120	0.103	0.493
0.606	0.551	0.441	0.121	0.329	0.505	0.183	0.230	0.261	0.243	0.879
1.009	1.252	0.769	0.206	0.554	0.898	0.314	0.385	0.457	0.414	1.633
1.107	1.319	1.373	0.404	1.091	1.528	0.583	0.774	0.827	0.810	2.466
1.157	1.338	1.930	0.626	1.633	2.103	0.839	1.174	1.208	1.249	3.182
1.033	0.937	0.474	0.131	0.358	0.540	0.198	0.251	0.281	0.264	0.925
2.092	3.069	5.807	3.279	7.999	5.881	3.063	6.603	6.301	8.711	6.314
2.582	2.185	3.847	2.104	4.249	3.976	1.842	3.282	3.205	4.146	4.830
2.676	2.115	4.667	2.689	5.327	4.805	2.264	4.156	4.051	5.344	5.712

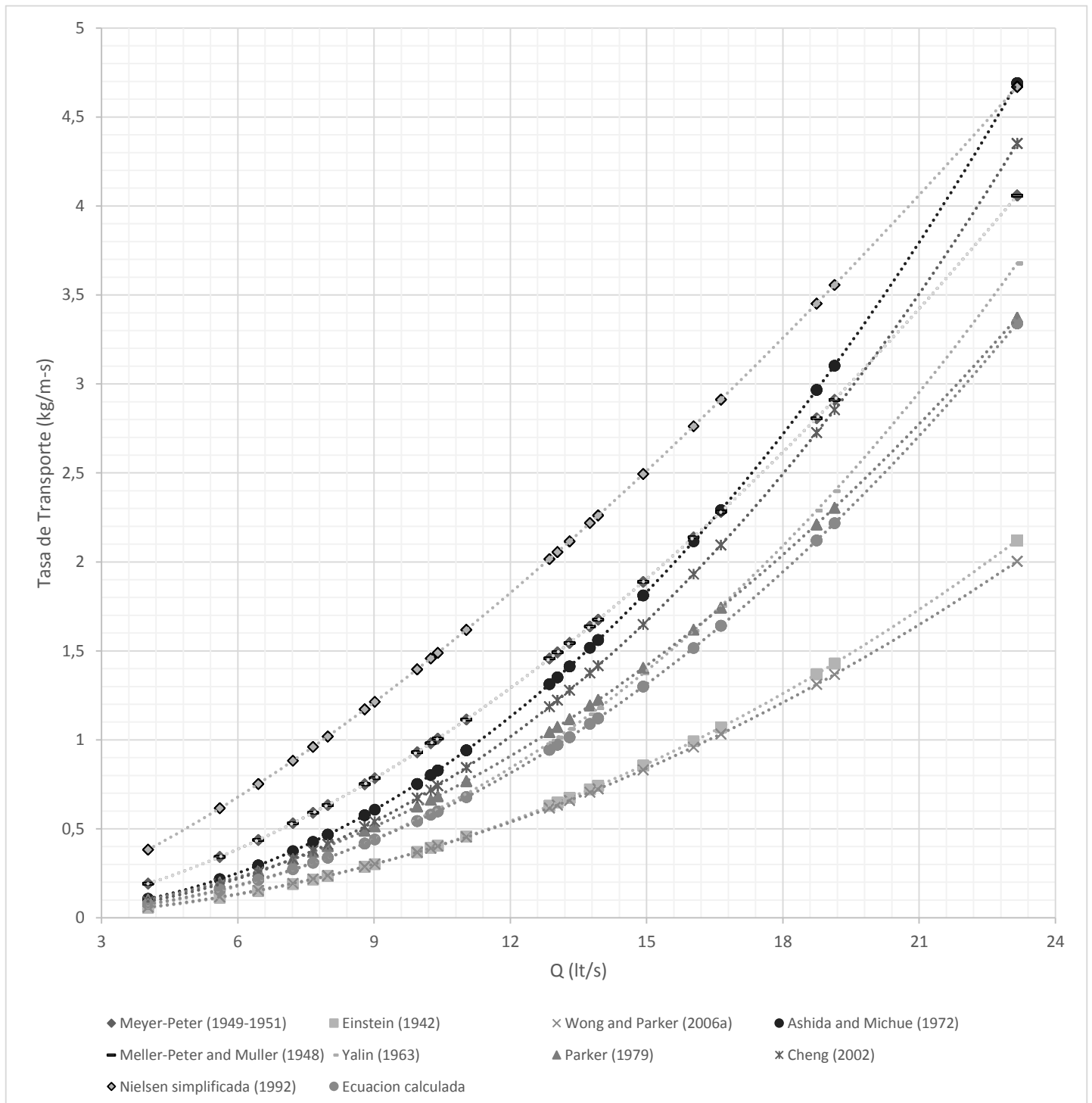
Las tasas de carga de lecho de las ecuaciones dadas en la literatura técnica, se comparan con las tasas obtenidas con la ecuación experimental, obteniendo su semejanza en un valor porcentual que se presenta en la Figura 13; con ello se puede observar la bondad de los resultados de las ecuaciones estudiadas que se ajustan al rango de las condiciones usadas en la obtención de la ecuación experimental.

**Figura 13. Resultados comparativos de aplicación de las fórmulas empíricas de transporte de fondo con respecto a la ecuación experimental obtenida.**



Los resultados se presentan de forma gráfica en la Figura 14, donde se puede observar el comportamiento de todas las ecuaciones utilizadas con respecto a la ecuación experimental, la cual sigue la misma tendencia y reporta valores muy similares a los de las ecuaciones Yalin (1963) y Parker (1973).

**Figura 14. Tendencias de las tasas de transporte de la ecuación experimental obtenida junto con las ecuaciones empíricas.**



#### 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Las partículas utilizadas para el análisis del proceso de transporte de carga de lecho son de características uniformes, es decir los resultados obtenidos mediante el desarrollo del presente estudio corresponden a configuraciones controladas, ideales de laboratorio, sin embargo, constituyen el punto de partida para el análisis de condiciones más reales mediante el mismo proceso de experimentación validado mediante el presente estudio.
- Varias ecuaciones empíricas, basadas en simulaciones en laboratorio, han sido propuestas para la estimación de las tasas de transporte, y a pesar del gran número de ecuaciones propuestas, los resultados obtenidos con dichas ecuaciones siguen reportando errores de varios órdenes de magnitud cuando las tasas calculadas son comparadas con tasas medidas en campo o en laboratorio y cuando se comparan entre sí. .
- Del análisis de las condiciones límite de movimiento de las partículas de sedimento consideradas en el presente estudio se han establecido dos relaciones para las condiciones de movimiento incipiente correspondiente al caudal y al calado que produce el movimiento incipiente para determinadas condiciones de pendiente y diámetro de las partículas de sedimento. Las ecuaciones obtenidas son respectivamente:

$$Q_{Umbra} = \frac{15.47509}{m^{1.0538} \delta_s^{0.024}}$$

$$y_n = \frac{0.00371 \delta_s^{0.1290}}{m^{0.6361}}$$

- Las variables independientes que se han considerado para la ecuación experimental, fueron seleccionados en base del análisis del coeficiente de correlación entre cada una de las variables (independientemente) y la tasa de transporte de carga de lecho independientemente. Las que mayores valores del coeficiente de correlación presentan son  $V_*$ : velocidad promedio del sedimento en la capa de carga de lecho,  $m$ : pendiente y  $\delta_s$ : espesor de la capa de carga de lecho con valores de  $R^2$  de 0.9325, 0.9666 y 0.9119 respectivamente y es por esto que se escogen éstas variables como las más representativas del proceso de transporte de carga de lecho.
- De las cuatro ecuaciones experimentales obtenidas (Caso A, Caso B, Caso C, Caso D) para el cálculo de la tasa de la carga de lecho, la ecuación seleccionada es la del caso D, ya que aparte de tener un buen ajuste a los datos observados en laboratorio, es la que mayor correspondencia presenta con la realidad de la configuración del sedimento en cauces de montaña.
- La ecuación experimental establecida a partir de la serie de ensayos realizados en el laboratorio para condiciones de ríos de montaña y que cumple con los parámetros de validación en relación a los parámetros observados, es la descrita a continuación:

$$q_s = \frac{0.0001 V_s^{5.164} \delta_s^{0.466}}{m^{4.433}}$$



Reportando un coeficiente de correlación  $R^2 = 0.93$ , un coeficiente de eficiencia de Nash = 0.89; y un error cuadrático medio de 0.25. El cálculo establece que la tasa de transporte de fondo según la ecuación experimental obtenida, se encuentra en el rango de 0.051 a 2.115 kg/s/m para las pendientes de 3 a 5 por mil y caudales de 3.97 a 23.16 l/s.

- Observando la forma de la ecuación experimental obtenida se puede establecer que la pendiente tiene una relación inversamente proporcional con la tasa de transporte de carga de lecho, sin embargo al analizar con mayor detalle los términos primarios de la ecuación se observa que la pendiente presenta una relación directa con los siguientes parámetros: el calado, velocidad, ángulo de reposo, que se encuentran en los demás parámetros de la ecuación, obteniéndose una relación final entre la tasa de transporte y la pendiente de aproximadamente 1.2, es decir, al aumentar la pendiente aumenta la tasa de transporte.
- De los coeficientes deducidos por el análisis de regresión lineal múltiple de los parámetros independientes que están presentes en la ecuación experimental, se verifica que el valor de la velocidad de sedimentación tiene un alto impacto en el valor final de la tasa de transporte.
- Del análisis comparativo de las 9 ecuaciones consideradas, se establece que, considerando los valores de la ecuación experimental como el parámetro de comparación, Yalin (1963) reporta valores con una semejanza (a los valores experimentales) del orden de 97%, Parker (1979) 92%, Einstein (1942) 64%, Wong and Parker (2006) 64%, Meyer-Peter (1949-1951) 15% y Meyer-Peter and Müller (1948) 7%. Mientras que Ashida and Michue (1972), Cheng (2002) y Nielsen Simplificada (1922) presentan valores de semejanza muy cercanos a 0%.
- Corroborando lo obtenido en el análisis de comparación numérico de las tasas de transporte la tendencia reportada por Yalin (2006) y con la de Parker (1979) es también replicada por la ecuación experimental. La similitud tanto numérica como de la tendencia puede explicar ya que la configuración experimental para la obtención de estas ecuaciones es muy similar a la utilizada en el presente estudio, con diámetros de partículas ensayados en laboratorio que oscilan entre 0.8mm y los 28.6mm, además, ambos estudios, utilizan partículas uniformes.
- Tal como se detalla en la configuración experimental del presente estudio las simulaciones han sido llevadas a cabo en condiciones ideales y controladas de laboratorio. La consideración más próxima a la realidad de los ambientes donde se desarrolla el transporte de carga de lecho es la consideración de una distribución de tamaños de partículas de sedimento. Sin embargo, la forma de las partículas (esféricas) representa una condición muy ideal que no se encuentra en la naturaleza. Una relación empírica es obtenida con los resultados de la experimentación en laboratorio que reporta una elevada concordancia con los valores medidos en laboratorio ( $R^2 = 0.970$ ), se reporta también semejanza considerable con ecuaciones desarrolladas para condiciones similares, sin embargo el análisis de condiciones más reales (menos uniformes), como una amplia distribución de tamaños de sedimento, presencia de material inmóvil en el cauce del río, formas de sedimento



naturales entre las principales, es necesario para extender la aplicabilidad del modelo obtenido y reducir la incertidumbre siempre presente en este tipo de análisis.



## 5 BIBLIOGRAFIA

- Aguirre-Pe, J., Olivero, M. L., & Moncada, A. T. (2000). Transporte de sedimentos en cauces de alta pendiente. *Ingeniería Del Agua*, 7(4), 353–365.
- Bagnold, R. A. (1966). An Approach to the Sediment Transport Problem from General Physics. *USGS Professional Paper*, 42.
- Carling, P. A., & Reader, N. A. (1982). Structure, composition and bulk properties of upland stream gravels. *Earth Surface Processes and Landforms*, 7(4), 349–365.
- Chacha C, B., & Molina O, T. (2014). *Caracterización de la carga de lecho en el río Calabi mediante un estudio experimental en canal de laboratorio*. Universidad de Cuenca.
- Chanson, H. (2002). *Hidráulica del Flujo en canales abiertos*. Bogotá: Mc GRAW - HILL.
- Einstein, H. A. (1950). The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. *Soil Conservation Service*, (1026), 1–31.
- Flores, M. G., & Álvarez, J. A. M. (1998). *In Manual de Ingeniería de Ríos. Origen y propiedades de los sedimentos*.
- García Gutiérrez, F. P. (2009). Modelo de transporte de sedimentos de carga de fondo en cauces fluviales. *Bolivia Tecnociencia Universitaria.*, 3–13.
- Gomez, B., & Church, M. (1989). An Assessment of Bedload Sediment transport Formulae for Gravel Bed Rivers. *Water Resources Research*, 25(6), 1161–1186.
- Guo, J. (2002). Hunter Rouse and Shields diagram. *Advances in Hydraulic and Water Engineering*, 2, 1096–1098.
- Jimenez Lizcano, A. (2008). *REGRESION LINEAL MULTIPLE*. Instituto Tecnológico de Saltillo.
- Lamb, M. P., Dietrich, W. E., & Venditti, J. G. (2008). Is the critical shields stress for incipient sediment motion dependent on channel-bed slope? *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 113(2), 1–20.
- McCuen, R. H. (1989). *Hydrologic Analysis and Design*. (Pearson Education, Ed.) (Segunda). Maryland.
- Molnar, P. (2011). "Calibration". *Watershed Modelling. Institute of Environmental Engineering, Chair of Hydrology and Water Resources Management*.
- Montgomery, D., Runger, G., & Hubele, N. (2012). *Engineering statistics. Una ética para quantos?* (Vol. XXXIII).
- Oñate Valdivieso, F. (2007). *EXTRACCIÓN DE MODELOS DE ELEVACIÓN DIGITAL A PARTIR DE IMÁGENES ASTER PARA LA DETERMINACIÓN DE CARACTERÍSTICAS MORFOMÉTRICAS DE CUENCAS*



HIDROGRÁFICAS. Universidad de Alcalá.

- Pacheco T., E. A., & Carrillo S., V. M. (2014). Transporte de fondo potencial mediante estudio en modelo físico de lecho móvil. *Maskana*, 5, 73–81.
- Papanicolaou, A. N., Bdour, A., & Wicklein, E. (2004). One - dimensional hydrodynamic/sediment transport model applicable to steep mountain streams. *Journal of Hydraulic Research*, 42(4), 357–375.
- Potter, M. C., & Wiggert David C. (2002). *Mecánica De Fluidos*. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Richard, F. (1988). Hidraulica de canales abiertos. (U. A. de México, Ed.), *Editorial Mc. Graw Hill*. México D.F.
- Rodríguez Jaume, M. J., & Morar Catala, R. (2007). Estadística Informática: Casos y ejemplos con el SPSS. In U. de Alicante (Ed.). Alicante.
- Rojo, J. M. (2007). Regresión lineal múltiple. *Técnicas Estadísticas Aplicadas Al Análisis de Datos*.
- Shields, A. (1936). *Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der Turbulenz Forschung auf die Geschiebebewegung*. Versuchanstalt, Mitt. der Preussische 26)., für Wasserbau und Schiffbau(nº26).
- Sotelo Ávila, G. (1997). *Hidráulica General*. (LIMUSA, Ed.) (PRIMERA). México D.F.
- Sotelo Ávila, G. (2002). *Hidráulica de canales*. (UNAM, Ed.) (PRIMERA). México D.F.
- Torres Sánchez, S. C., & Pesántez Peláez, M. G. (2016). *Simulación numérica del flujo de sedimentos en el río Yanuncay mediante modelación matemática bidimensional*. Universidad de Cuenca.
- Van Rijn, L. (1993). Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas. *Principles of Sediment Transport in Rivers , Estuaries and Coastal Seas*.
- Van Rijn, L. C. (1984). Sediment transport: bed load transport. *Journal of Hydraulic Engineering--ASCE*, 110(10), 1431–1456.
- Wohl, E. (2000). *Mountain Rivers*. Washington DC, USA: American Geophysical Union AGU, resources monograph.
- Yager, E. M., Kirchner, J. W., & Dietrich, W. E. (2007). Calculating bed load transport in steep boulder bed channels. *Water Resources Research*, 43(7), 1–24.

## ANEXOS

### ANEXO 1. CALIBRACIÓN DE LA CURVA DE DESCARGA

Como se indicó previamente, la Ecuación 2-26, es la fórmula general para hallar el caudal real en un vertedero triangular de pared delgada. Es decir, la ecuación modelo que se usa para este tipo de medidores de caudal experimentalmente es del tipo exponencial.

$$Q = KH^n$$

$$K = C_d$$

En la cual se conocen los valores de H y se necesitan encontrar los de K y n, los cuales se calculan aplicando logaritmos a la ecuación (regresión lineal simple):

$$\log Q = \log K + n \log H$$

En la cual se observa que tiene la forma de la ecuación general de una recta:

$$Y = mX + b$$

donde:

$$Y = \log Q$$

$$m = n$$

$$X = \log H$$

$$b = \log K$$

Con las variables definidas se aplican logaritmos a los caudales reales y a las alturas H, los cuales se muestran en la siguiente tabla:

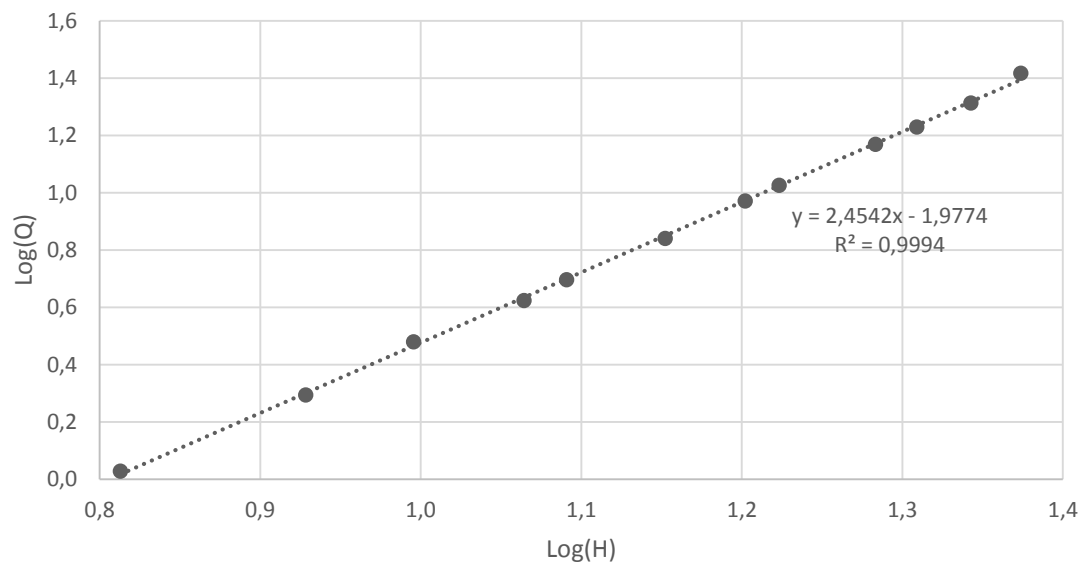
**Tabla A.1.1 Valores de logaritmo de caudales observados y de carga.**

H (cm)	Q observado (l/s)	Log H	Log Q
6,50	1,066	0,813	0,028
8,48	1,970	0,928	0,294
9,90	3,017	0,996	0,480
11,60	4,207	1,064	0,624
12,33	4,973	1,091	0,697
14,20	6,923	1,152	0,840
15,93	9,357	1,202	0,971

16,72	10,622	1,223	1,026
19,20	14,751	1,283	1,169
20,37	16,947	1,309	1,229
22,02	20,575	1,343	1,313
23,65	26,147	1,374	1,417

Se genera una gráfica entre los valores de Log H y Log Q, y se realiza una línea de tendencia que mejor se ajuste a dicha dispersión y se obtiene su ecuación.

**Figura A.1.1 Dispersión de Logaritmo de caudales observados vs Logaritmo de carga.**



Del gráfico se obtiene la ecuación  $Y = 2,4542x - 1,9774$ , de donde se obtienen los valores de K y de n.

**Tabla A.1.2 Valores de las variables.**

m	2,4542
b	-1,9774
n	2,4542
k	0,0105

Con los parámetros anteriores se obtiene la ecuación generada específica para el vertedero triangular de cresta delgada.

$$Q_{generado} = 0,0105H^{2,4542}$$

$$Q_{generado} = \frac{l}{s} ; H = cm$$



En la Tabla A.1.3 se estima el porcentaje de error entre los caudales observados y los caudales generados.

**Tabla A.1.3 Caudales observados y generados con la ecuación.**

H (cm)	Q observado (l/s)	Q generado (l/s)	Error
6,5	1,07	1,06	0%
8,48	1,97	2,04	4%
9,9	3,02	2,99	1%
11,6	4,207	4,41	5%
12,33	4,97	5,12	3%
14,2	6,92	7,24	5%
15,93	9,36	9,60	3%
16,72	10,62	10,81	2%
19,2	14,75	15,18	3%
20,37	16,95	17,56	4%
22,02	20,57	21,25	3%
23,65	26,15	25,33	3%



## ANEXO 2. ESTADO DE FLUJO ANTES Y DESPUÉS DE LA REJILLA

**Tabla A.2.1 Estados de flujo antes y después de la rejilla establecida.**

Después de la rejilla						Antes de la rejilla			
TRAMO	Caudal (l/s)	y (cm)	V (m/s)	Re		y (cm)	V (m/s)	Re	Disipación
1 - 4	5.45	4.50	0.4011	Turbulento	13040	3.75	0.4813	Turbulento	15648
4 - 7		4.50	0.4011	Turbulento	13040		0.4813	Turbulento	15648
7 - 10		4.00	0.4512	Turbulento	13381		0.4813	Turbulento	14274
TRAMO	Caudal (l/s)	y (cm)	V (m/s)	Re		y (cm)	V (m/s)	Re	Disipación
1 - 4	10.11	5.00	0.6696	Turbulento	23590	4.25	0.7878	Turbulento	27753
4 - 7		5.00	0.6696	Turbulento	23590		0.7878	Turbulento	27753
7 - 10		4.50	0.7440	Turbulento	24191		0.7878	Turbulento	25615
TRAMO	Caudal (l/s)	y (cm)	V (m/s)	Re		y (cm)	V (m/s)	Re	Disipación
1 - 4	9.64	5.00	0.6383	Turbulento	22486	4.50	0.7092	Turbulento	24984
4 - 7		5.00	0.6383	Turbulento	22486		0.7092	Turbulento	24984
7 - 10		4.75	0.6719	Turbulento	22769		0.7092	Turbulento	24034
TRAMO	Caudal (l/s)	y (cm)	V (m/s)	Re		y (cm)	V (m/s)	Re	Disipación
1 - 4	12.74	5.50	0.7673	Turbulento	29010	4.55	0.9275	Turbulento	35067
4 - 7		5.50	0.7673	Turbulento	29010		0.9275	Turbulento	35067
7 - 10		5.00	0.8440	Turbulento	29731		0.9275	Turbulento	32672
TRAMO	Caudal (l/s)	y (cm)	V (m/s)	Re		y (cm)	V (m/s)	Re	Disipación
1 - 4	2.67	4.00	0.2214	Turbulento	6566	3.85	0.2300	Turbulento	6822
4 - 7		4.00	0.2214	Turbulento	6566		0.2300	Turbulento	6822
7 - 10		4.00	0.2214	Turbulento	6566		0.2300	Turbulento	6822



### ANEXO 3. MUESTRA GRANULOMÉTRICA

**Tabla A.3.1 Muestra granulométrica. Tomada de la fuente (Torres Sánchez & Pesántez Peláez, 2016).**

MUESTRA 2							
Peso del material seco y lavado (gr)					24986		
Tamiz #	Abertura (mm)	P. Material Retenido (gr)	% Retenido Parcial	%Retenido Acumulado	% que pasa	% Total Acumulado	% Pasa Acumulado
1 1/2	37.50	1236	4.95	4.95	95.05	0	100
1	25.00	2978	11.92	16.87	83.13	11.92	88.08
3/4	19.00	1853	7.42	24.28	75.72	19.33	80.67
1/2	12.50	2470	9.89	34.17	65.83	29.22	70.78
3/8	9.50	1259	5.04	39.21	60.79	34.26	65.74
4	4.75	3119	12.48	51.69	48.31	46.74	53.26
Fondo		11704	46.84	98.53	1.47	93.58	6.42
Total		24619		269.69			

De la granulometría seleccionada, tenemos

$D_{90}$	32.20 mm
$D_{50}$	5.39 mm

Por tanto, se representa con una escala las canicas, para poder representar la granulometría seleccionada, para ello partimos de la hipótesis de que el  $D_{90}^*$  sea igual a la canica de mayor diámetro 25.0 mm. Por ende la escala es de:

$$\frac{D_{90}}{D_{90}^*} = 1.288$$

Con esta escala podemos representar los otros diámetros disponibles en canicas, con el fin de conseguir el  $D_{50}^*$ :

**Tabla A.3.2 Diámetros característicos.**

$\phi^*$ (mm)	$D_i^*$	$\phi$ (mm)
25	90	32.20
15	76	19.32
10	66	12.88
7.5	50	5.39
5.3	35	3.40

Los parámetros que contienen \* son datos de las partículas esféricas, los otros son de la granulometría tomadas del río Yanuncay.

#### ANEXO 4. PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LA REGRESIÓN DE LAS ECUACIONES DE UMBRAL DE MOVIMIENTO

##### PRUEBA F

**Tabla A.4.1 Valores de análisis de varianza.**

		Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F*	Valor crítico de F
<b>Caudal para Umbral</b>	Regresión (k)	2	0.137	0.068	13.493	0.0003
	Residuos (n-p)	17	0.086	0.005		
	Total	19	0.223			
<b>Calado para umbral</b>	Regresión (k)	2	0.063	0.031	8.935	0.0022
	Residuos (n-p)	17	0.060	0.004		
	Total	19	0.122			

**Tabla A.4.2 Análisis de hipótesis.**

	$\alpha$	F(1- $\alpha$ ;k,n-p)	F* > F(1- $\alpha$ ;k,n-p)	CONCLUYE
<b>Caudal para Umbral</b>	0.05	F(0.95;2,17) = 3.592	Cumple	$H_a: \beta_l \neq 0$
<b>Calado para umbral</b>	0.05	F(0.95;2,17) = 3.592	Cumple	$H_a: \beta_l \neq 0$

Por tanto se concluye que para cada uno de los casos  $F^* \rightarrow H_a: \beta_l \neq 0$ , es decir los valores de  $\beta$  tienen relación directa con la variable dependiente (tasa de transporte de fondo), rechazando la hipótesis nula. Con esto se afirma que cada una de las variables independientes está significativamente relacionadas con la tasa potencial de carga.

##### PRUEBA t

**Tabla A.4.3 Valores de resultados.**

		Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
<b>Caudal para Umbral</b>	Intercepción	-0.9180	0.2861	-3.2090	0.0051	-1.5215	-0.3144
	Variable m	-1.0538	0.2032	-5.1861	7.4372E-05	-1.4825	-0.6251
	Variable $\phi$	-0.0242	0.0811	-2.2986	0.7689	-0.1952	0.1468
<b>Calado para umbral</b>	Intercepción	-2.4307	0.2377	-10.2279	1.1117E-08	-2.9321	-1.9293
	Variable m	-0.6361	0.1688	-3.7682	0.0015	-0.9922	-0.2799
	Variable $\phi$	0.1290	0.0673	2.9162	0.0723	-0.0130	0.2711



**Tabla A.4.4 Análisis de hipótesis.**

	$\alpha$	Grados de libertad ( $n$ )	$t_i$	$t_{\alpha,n}$	Hipótesis nula
<b>Caudal para Umbral</b>	0.025	17	-5.1861	2.1098	Rechazada
	0.025	17	-2.2986	2.1098	Rechazada
<b>Calado para umbral</b>	0.025	17	-3.7682	2.1098	Rechazada
	0.025	17	2.9162	2.1098	Rechazada

Comparando el valor absoluto del estadístico de prueba de cada una de las variables independientes, en cada uno de los casos, con el valor de las tablas, notamos que el valor absoluto de  $t$  es mayor que  $t_{\alpha,n}$ ; por lo que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la pendiente, espesor de la carga de lecho y la velocidad de corte sí tiene efecto significativo sobre la tasa potencial de carga de lecho.



## ANEXO 5. VALORES DE LOS PARÁMETROS A USARSE EN LA REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

**Tabla A.5.1 Parámetros hidráulicos y geométricos obtenidos en laboratorio.**

<b>m</b> (%)	<b>Q</b> (l/s)	<b><math>y_n</math></b> (m)	<b><math>\phi</math></b> (cm)	<b><math>V_*</math></b> (m/s)	<b><math>\phi</math></b> (cm)	<b><math>\tau_o</math></b> (Pa)	<b><math>\tau_*</math></b>	<b><math>\delta_s</math></b> (m)	<b>Tasa – Laboratorio</b> Kg/s – m
3.5	3.97	0.026	1.00	0.094	1.00	8.911	0.051	0.00001	0.066
4.0	3.97	0.026	1.00	0.101	1.00	10.209	0.059	0.00009	0.072
4.5	3.97	0.026	1.00	0.107	1.00	11.457	0.066	0.00016	0.073
5.0	3.97	0.026	1.00	0.112	1.00	12.450	0.072	0.00022	0.077
4.5	5.30	0.045	2.50	0.141	2.50	19.829	0.046	0.00010	0.064
5.0	5.30	0.045	2.50	0.147	2.50	21.548	0.050	0.00000	0.092
4.0	5.57	0.038	1.50	0.122	1.50	14.922	0.057	0.00011	0.061
4.5	5.57	0.038	1.50	0.130	1.50	16.745	0.064	0.00021	0.117
5.0	5.57	0.038	1.50	0.135	1.50	18.196	0.070	0.00030	0.147
3.0	6.43	0.040	0.75	0.110	0.75	11.986	0.092	0.00032	0.093
3.5	6.43	0.040	0.75	0.117	0.75	13.709	0.105	0.00041	0.096
4.0	6.43	0.040	0.75	0.125	0.75	15.707	0.121	0.00053	0.148
4.5	6.43	0.040	0.75	0.133	0.75	17.626	0.136	0.00065	0.177
5.0	6.43	0.040	0.75	0.139	0.75	19.154	0.147	0.00073	0.225
4.5	7.21	0.050	2.50	0.149	2.50	22.033	0.051	0.00002	0.191
5.0	7.21	0.050	2.50	0.155	2.50	23.942	0.055	0.00013	0.258
3.0	7.66	0.036	1.00	0.104	1.00	10.787	0.062	0.00012	0.432
3.5	7.66	0.036	1.00	0.111	1.00	12.338	0.071	0.00021	0.484
4.0	7.66	0.036	1.00	0.119	1.00	14.136	0.082	0.00032	0.487
3.0	7.99	0.044	1.50	0.115	1.50	13.184	0.051	0.00001	0.280
3.5	7.99	0.044	1.50	0.123	1.50	15.080	0.058	0.00012	0.301
4.0	7.99	0.044	1.50	0.132	1.50	17.278	0.066	0.00024	0.375
4.5	7.99	0.044	1.50	0.139	1.50	19.389	0.075	0.00038	0.382
5.0	7.99	0.044	1.50	0.145	1.50	21.069	0.081	0.00047	0.443
3.0	8.82	0.045	0.75	0.116	0.75	13.484	0.104	0.00041	0.365
3.5	8.82	0.045	0.75	0.124	0.75	15.423	0.119	0.00052	0.397
4.0	8.82	0.045	0.75	0.133	0.75	17.670	0.136	0.00065	0.470
4.5	8.82	0.045	0.75	0.141	0.75	19.829	0.153	0.00077	0.513
5.0	8.82	0.045	0.75	0.147	0.75	21.548	0.166	0.00087	0.568
4.0	9.05	0.055	2.50	0.147	2.50	21.597	0.050	0.00000	0.403
4.5	9.05	0.055	2.50	0.156	2.50	24.236	0.056	0.00015	0.450
5.0	9.05	0.055	2.50	0.162	2.50	26.337	0.061	0.00028	0.481
3.0	10.00	0.050	0.75	0.123	0.75	14.982	0.115	0.00049	0.540



3.5	10.00	0.050	0.75	0.131	0.75	17.137	0.132	0.00062	0.553
4.0	10.00	0.050	0.75	0.140	0.75	19.634	0.151	0.00076	0.640
4.5	10.00	0.050	0.75	0.149	0.75	22.033	0.169	0.00089	0.697
3.0	10.00	0.042	1.00	0.112	1.00	12.585	0.073	0.00023	0.735
5.0	10.00	0.050	0.75	0.155	0.75	23.942	0.184	0.00101	0.764
4.0	10.31	0.060	2.50	0.154	2.50	23.560	0.054	0.00010	0.567
4.5	10.31	0.060	2.50	0.163	2.50	26.439	0.061	0.00028	0.606
5.0	10.31	0.060	2.50	0.170	2.50	28.731	0.066	0.00040	0.654
3.0	10.46	0.050	1.50	0.123	1.50	14.982	0.058	0.00012	0.579
3.5	10.46	0.050	1.50	0.131	1.50	17.137	0.066	0.00024	0.606
4.0	10.46	0.050	1.50	0.140	1.50	19.634	0.076	0.00039	0.672
4.5	10.46	0.050	1.50	0.149	1.50	22.033	0.085	0.00053	0.708
5.0	10.46	0.050	1.50	0.155	1.50	23.942	0.092	0.00063	0.753
3.0	11.11	0.052	1.50	0.125	1.50	15.582	0.060	0.00015	0.669
3.5	11.11	0.052	1.50	0.134	1.50	17.822	0.069	0.00029	0.705
4.0	11.11	0.052	1.50	0.143	1.50	20.419	0.079	0.00044	0.768
4.5	11.11	0.052	1.50	0.152	1.50	22.914	0.088	0.00057	0.785
5.0	11.11	0.052	1.50	0.158	1.50	24.900	0.096	0.00069	0.857
3.0	12.99	0.048	1.00	0.120	1.00	14.383	0.083	0.00033	1.104
3.5	12.99	0.048	1.00	0.128	1.00	16.451	0.095	0.00045	1.189
4.0	12.99	0.048	1.00	0.137	1.00	18.848	0.109	0.00059	1.200
4.5	12.99	0.048	1.00	0.146	1.00	21.151	0.122	0.00072	1.241
3.0	13.17	0.056	1.50	0.130	1.50	16.780	0.065	0.00023	0.934
3.5	13.17	0.056	1.50	0.139	1.50	19.193	0.074	0.00036	0.980
4.0	13.17	0.056	1.50	0.148	1.50	21.990	0.085	0.00053	1.055
4.5	13.17	0.056	1.50	0.157	1.50	24.677	0.095	0.00068	1.091
5.0	13.17	0.056	1.50	0.164	1.50	26.815	0.103	0.00080	1.160
3.0	13.44	0.060	0.75	0.134	0.75	17.979	0.138	0.00066	1.022
3.5	13.44	0.060	0.75	0.144	0.75	20.564	0.158	0.00081	1.078
4.0	13.44	0.060	0.75	0.154	0.75	23.560	0.181	0.00098	1.175
4.5	13.44	0.060	0.75	0.163	0.75	26.439	0.203	0.00115	1.205
5.0	13.44	0.060	0.75	0.170	0.75	28.731	0.221	0.00128	1.258
4.0	13.91	0.070	2.50	0.166	2.50	27.487	0.063	0.00033	1.009
4.5	13.91	0.070	2.50	0.176	2.50	30.846	0.071	0.00053	1.107
5.0	13.91	0.070	2.50	0.183	2.50	33.519	0.077	0.00068	1.157
3.0	14.09	0.058	1.50	0.132	1.50	17.379	0.067	0.00026	1.033
3.5	14.09	0.058	1.50	0.141	1.50	19.878	0.076	0.00039	1.100
4.0	14.09	0.058	1.50	0.151	1.50	22.775	0.088	0.00057	1.166
4.5	14.09	0.058	1.50	0.160	1.50	25.558	0.098	0.00072	1.213



5.0	14.09	0.058	1.50	0.167	1.50	27.773	0.107	0.00086	1.289
3.0	15.11	0.052	1.00	0.125	1.00	15.582	0.090	0.00040	1.320
3.5	15.11	0.052	1.00	0.134	1.00	17.822	0.103	0.00053	1.417
4.0	15.11	0.052	1.00	0.143	1.00	20.419	0.118	0.00068	1.481
4.5	15.11	0.052	1.00	0.152	1.00	22.914	0.132	0.00082	1.502
4.5	16.26	0.075	2.50	0.182	2.50	33.049	0.076	0.00065	1.433
5.0	16.26	0.075	2.50	0.190	2.50	35.913	0.083	0.00083	1.459
3.0	16.88	0.065	0.75	0.140	0.75	19.477	0.150	0.00075	1.445
3.5	16.88	0.065	0.75	0.149	0.75	22.278	0.171	0.00091	1.514
4.0	16.88	0.065	0.75	0.160	0.75	25.524	0.196	0.00110	1.615
4.5	16.88	0.065	0.75	0.169	0.75	28.643	0.220	0.00128	1.676
5.0	16.88	0.065	0.75	0.177	0.75	31.125	0.239	0.00142	1.759
3.5	19.06	0.070	0.75	0.155	0.75	23.991	0.185	0.00101	1.818
4.0	19.06	0.070	0.75	0.166	0.75	27.487	0.211	0.00121	1.911
4.5	19.06	0.070	0.75	0.176	0.75	30.846	0.237	0.00140	1.993
5.0	19.06	0.070	0.75	0.183	0.75	33.519	0.258	0.00156	2.092
3.5	19.47	0.060	1.00	0.144	1.00	20.564	0.119	0.00069	1.937
4.0	19.47	0.060	1.00	0.154	1.00	23.560	0.136	0.00086	2.020
4.5	19.47	0.060	1.00	0.163	1.00	26.439	0.153	0.00103	2.111
3.5	23.65	0.075	1.50	0.160	1.50	25.705	0.099	0.00074	2.300
3.0	23.65	0.065	1.00	0.140	1.00	19.477	0.112	0.00062	2.311
4.5	23.65	0.090	2.50	0.199	2.50	39.659	0.092	0.00105	2.332
3.5	23.65	0.085	0.75	0.171	0.75	29.132	0.224	0.00131	2.404
4.0	23.65	0.075	1.50	0.172	1.50	29.450	0.113	0.00095	2.458
3.5	23.65	0.065	1.00	0.149	1.00	22.278	0.129	0.00079	2.463
5.0	23.65	0.090	2.50	0.208	2.50	43.096	0.099	0.00123	2.519
4.0	23.65	0.085	0.75	0.183	0.75	33.377	0.257	0.00155	2.537
4.5	23.65	0.075	1.50	0.182	1.50	33.049	0.127	0.00116	2.582
4.0	23.65	0.065	1.00	0.160	1.00	25.524	0.147	0.00097	2.610
4.5	23.65	0.085	0.75	0.194	0.75	37.456	0.288	0.00179	2.675
5.0	23.65	0.075	1.50	0.190	1.50	35.913	0.138	0.00132	2.676

## ANEXO 6. PRUEBAS DE HIPÓTESIS DE LAS ECUACIONES DE CADA UNO DE LOS CASOS ANALIZADOS

### PRUEBA F

**Tabla A.6.1 Valores de análisis de varianza.**

		Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F*	Valor crítico de F
CASO A	Regresión(k)	3	5.953	1.984	228.53	1.64E-14
	Residuos(n-p)	18	0.156	0.009		
	Total	21	6.109			
CASO B	Regresión(k)	3	3.973	1.324	113.48	8.95E-16
	Residuos(n-p)	28	0.327	0.012		
	Total	31	4.300			
CASO C	Regresión(k)	3	5.029	1.676	165.89	6.25E-18
	Residuos(n-p)	28	0.283	0.010		
	Total	31	5.312			
CASO D	Regresión(k)	3	3.204	1.068	206.61	3.24E-11
	Residuos(n-p)	13	0.067	0.005		
	Total	16	3.271			

Utilizamos un  $\alpha = 0.05$

**Tabla A.6.2 Análisis de hipótesis.**

	F(1- $\alpha$ ;k,n-p)	F* > F(1- $\alpha$ ;k,n-p)	CONCLUYE
<b>CASO A</b>	F(0.95;3,18)=3.160	Cumple	$H_a: \beta_l \neq 0$
<b>CASO B</b>	F(0.95;3,28)=2.947	Cumple	$H_a: \beta_l \neq 0$
<b>CASO C</b>	F(0.95;3,28)=2.947	Cumple	$H_a: \beta_l \neq 0$
<b>CASO D</b>	F(0.95;3,13)=3.411	Cumple	$H_a: \beta_l \neq 0$

Por tanto se concluye que para cada uno de los casos  $F^* \rightarrow H_a: \beta_l \neq 0$ , es decir los valores de  $\beta$  tienen relación directa con la variable dependiente (tasa de transporte de fondo), rechazando la hipótesis nula. Con esto se afirma que cada una de las variables independientes está significativamente relacionadas con la tasa potencial de carga.

## PRUEBA t

**Tabla A.6.3 Valores de resultados.**

		Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%
CASO A	Intercepción	0.4922	-5.7525	0.0000	-3.8656	-1.7974
	Variable $V_s$	1.3724	3.0537	0.0068	1.3076	7.0740
	Variable m	0.3298	-11.7829	0.0000	-4.5790	-3.1932
	Variable $\delta_s$	0.2924	2.5848	0.0187	0.1415	1.3702
CASO B	Intercepción	0.5089	-5.1272	0.0000	-3.6515	-1.5667
	Variable $V_s$	1.5746	3.4776	0.0017	2.2503	8.7011
	Variable m	0.3655	-11.6934	0.0000	-5.0226	-3.5252
	Variable $\delta_s$	0.3125	2.2491	0.0326	0.0627	1.3430
CASO C	Intercepción	1.0912	3.0940	0.0044	1.1409	5.6112
	Variable $V_s$	4.2968	-2.8533	0.0080	-21.0616	-3.4585
	Variable m	0.3259	-9.9046	0.0000	-3.8958	-2.5605
	Variable $\delta_s$	1.5348	4.6225	0.0001	3.9509	10.2389
CASO D	Intercepción	0.7905	-5.0370	0.0002	-5.6897	-2.2740
	Variable $V_s$	0.8128	6.3536	0.0000	3.4084	6.9203
	Variable m	0.6049	-7.3283	0.0000	-5.7393	-3.1259
	Variable $\delta_s$	0.0801	5.8165	0.0001	0.2930	0.6392

**Tabla A.6.4 Análisis de hipótesis.**

	$\alpha$	Grados de libertad (n)	$t_i$	$t_{\alpha,n}$	Hipótesis nula
CASO A	0.025	18	3.0537	2.1009	Rechazada
	0.025	18	-11.7829	2.1009	Rechazada
	0.025	18	2.5848	2.1009	Rechazada
CASO B	0.025	28	3.4776	2.0484	Rechazada
	0.025	28	-11.6934	2.0484	Rechazada
	0.025	28	2.2491	2.0484	Rechazada
CASO C	0.025	28	-2.8533	2.0484	Rechazada
	0.025	28	-9.9046	2.0484	Rechazada
	0.025	28	4.6225	2.0484	Rechazada
CASO D	0.025	13	6.3536	2.1604	Rechazada
	0.025	13	-7.3283	2.1604	Rechazada
	0.025	13	5.8165	2.1604	Rechazada

Comparando el valor absoluto del estadístico de prueba de cada una de las variables independientes, en cada uno de los casos, con el valor de las tablas, notamos que el valor absoluto de  $t$  es mayor que  $t_{\alpha,n}$ ; por lo que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la pendiente, espesor de la carga de lecho y la velocidad de corte sí tiene efecto significativo sobre la tasa potencial de carga de lecho.





## ANEXO 7. PARÁMETROS DE VALIDACIÓN DE LA ECUACIONES DE DIFERENTES AUTORES

**Tabla A.7.1** *Parámetros de validación de las tasas de transporte de la ecuación experimental obtenida y de las ecuaciones empíricas presentes en la literatura con respecto a los valores obtenidos en laboratorio.*

ECUACIÓN	R <sup>2</sup>	E	RMSE
Ecuación experimental	0.970	0.940	0.07
Meyer-Peter (1949-1951)	0.712	0.646	1.245
Einstein (1942)	0.798	0.440	0.695
Wong and Parker (2006a)	0.867	0.515	0.772
Ashida and Michue (1972)	0.870	-4.853	1.810
Meyer-Peter and Müller (1948)	0.634	-1.947	1.287
Yalin (1963)	0.844	0.628	1.035
Parker (1979)	0.814	0.626	1.053
Cheng (2002)	0.787	0.855	1.980
Nielsen simplificada (1992)	0.720	0.653	1.654



## ANEXO 8. TASAS DE TRANSPORTE DE FONDO CON ECUACIONES DE DIFERENTES AUTORES

*Tabla A.8.1 Transporte de fondo con ecuaciones de diferentes autores.*

$m$ (%)	$Q$ (l/s)	$y_n$ (m)	$\phi$ (cm)	$\tau_*$	Laboratorio	Ecuación experimental	Meyer-Peter (1949-1951)	Einstein (1942)	Schoklitsch (1950)	Nielsen semiempíricas (1992)	Ashida and Michue (1972)	Meller-Peter and Müller (1948)	Wong and Parker (2006)	Yalin (1963)	Parker (1979)	Cheng (2002)	Hanes (1986)	Nielsen simplificada (1992)	Van Rijn simplificada (1984-1993)
3.5	3.97	0.026	1.00	0.051	0.066	0.051	0.027	0.012	0.201	1.484	0.017	0.045	0.010	0.011	0.029	0.024	0.042	0.127	0.007
4.0	3.97	0.026	1.00	0.059	0.072	0.066	0.120	0.033	0.249	1.840	0.081	0.148	0.047	0.055	0.075	0.065	0.058	0.299	0.026
4.5	3.97	0.026	1.00	0.066	0.073	0.072	0.244	0.067	0.298	2.206	0.182	0.279	0.101	0.128	0.144	0.135	0.078	0.484	0.054
5.0	3.97	0.026	1.00	0.072	0.077	0.074	0.361	0.107	0.339	2.512	0.289	0.401	0.154	0.205	0.218	0.215	0.096	0.642	0.083
4.5	5.34	0.045	2.50	0.046	0.064	0.059	-	0.019	0.354	4.872	0.001	0.005	-	0.000	0.041	0.035	0.123	0.042	0.001
5.0	5.34	0.045	2.50	0.050	0.092	0.166	0.052	0.038	0.408	5.563	0.036	0.111	0.018	0.024	0.088	0.072	0.151	0.358	0.014
4.0	5.60	0.038	1.50	0.057	0.061	0.186	0.180	0.050	0.342	3.245	0.118	0.228	0.070	0.081	0.117	0.100	0.100	0.483	0.036
4.5	5.60	0.038	1.50	0.064	0.117	0.207	0.390	0.105	0.411	3.890	0.285	0.451	0.160	0.198	0.231	0.211	0.134	0.806	0.079
5.0	5.60	0.038	1.50	0.070	0.147	0.215	0.591	0.171	0.469	4.431	0.464	0.662	0.250	0.328	0.354	0.343	0.165	1.084	0.124
3.0	6.45	0.040	1.75	0.092	0.093	0.657	0.576	0.478	0.276	2.405	0.545	0.611	0.261	0.403	0.400	0.457	0.116	0.834	0.122
3.5	6.45	0.040	1.75	0.105	0.096	0.638	0.848	0.697	0.341	2.959	0.861	0.887	0.393	0.649	0.638	0.775	0.162	1.144	0.190
4.0	6.45	0.040	1.75	0.121	0.148	0.612	1.203	0.973	0.417	3.648	1.301	1.247	0.571	0.999	0.976	1.245	0.228	1.537	0.285
4.5	6.45	0.040	1.75	0.136	0.177	0.586	1.582	1.248	0.497	4.354	1.792	1.630	0.765	1.395	1.361	1.788	0.305	1.946	0.395
5.0	6.45	0.040	1.75	0.147	0.225	0.566	1.906	1.468	0.564	4.944	2.229	1.958	0.934	1.751	1.705	2.277	0.375	2.293	0.495
4.5	7.21	0.050	2.50	0.051	0.191	0.265	0.087	0.045	0.503	5.763	0.056	0.154	0.031	0.037	0.106	0.087	0.160	0.452	0.020
5.0	7.21	0.050	2.50	0.055	0.258	0.327	0.274	0.083	0.577	6.575	0.175	0.367	0.104	0.118	0.196	0.164	0.196	0.840	0.051
3.0	7.65	0.036	1.00	0.062	0.432	0.219	0.174	0.046	0.325	2.007	0.123	0.205	0.070	0.085	0.104	0.093	0.067	0.382	0.037



3.5	7.65	0.036	1.00	0.071	0.484	0.234	0.347	0.102	0.400	2.477	0.276	0.387	0.148	0.196	0.209	0.205	0.094	0.624	0.079
4.0	7.65	0.036	1.00	0.082	0.487	0.238	0.593	0.205	0.494	3.061	0.520	0.640	0.261	0.377	0.382	0.408	0.132	0.935	0.147
3.0	7.98	0.044	1.50	0.051	0.280	0.236	0.038	0.020	0.328	2.667	0.025	0.069	0.014	0.017	0.048	0.039	0.074	0.205	0.010
3.5	7.98	0.044	1.50	0.058	0.301	0.316	0.196	0.054	0.406	3.299	0.130	0.245	0.077	0.089	0.125	0.107	0.103	0.510	0.039
4.0	7.98	0.044	1.50	0.066	0.375	0.353	0.460	0.127	0.503	4.086	0.346	0.525	0.191	0.242	0.273	0.255	0.145	0.906	0.094
4.5	7.98	0.044	1.50	0.075	0.382	0.365	0.777	0.241	0.602	4.893	0.640	0.854	0.334	0.457	0.477	0.482	0.193	1.326	0.169
5.0	7.98	0.044	1.50	0.081	0.443	0.368	1.065	0.366	0.685	5.569	0.930	1.150	0.468	0.674	0.684	0.728	0.238	1.687	0.244
3.0	8.79	0.045	1.75	0.104	0.365	0.971	0.810	0.667	0.381	2.885	0.816	0.849	0.375	0.614	0.604	0.729	0.156	1.102	0.180
3.5	8.79	0.045	1.75	0.119	0.397	0.933	1.150	0.933	0.471	3.547	1.234	1.193	0.545	0.945	0.924	1.172	0.218	1.479	0.271
4.0	8.79	0.045	1.75	0.136	0.470	0.886	1.591	1.254	0.575	4.371	1.804	1.639	0.770	1.405	1.370	1.801	0.306	1.956	0.398
4.5	8.79	0.045	1.75	0.153	0.513	0.844	2.056	1.565	0.685	5.214	2.434	2.109	1.012	1.920	1.867	2.509	0.409	2.451	0.542
5.0	8.79	0.045	1.75	0.166	0.568	0.812	2.455	1.808	0.776	5.919	2.988	2.510	1.222	2.377	2.308	3.136	0.503	2.870	0.673
4.0	9.01	0.055	2.50	0.050	0.403	0.341	0.055	0.038	0.537	5.583	0.038	0.115	0.019	0.025	0.090	0.074	0.152	0.368	0.015
4.5	9.01	0.055	2.50	0.056	0.450	0.467	0.308	0.090	0.648	6.703	0.198	0.405	0.118	0.134	0.213	0.179	0.203	0.902	0.057
5.0	9.01	0.055	2.50	0.061	0.481	0.517	0.590	0.158	0.740	7.642	0.409	0.709	0.237	0.282	0.358	0.316	0.249	1.366	0.108
3.0	9.95	0.050	1.75	0.115	0.540	1.366	1.069	0.871	0.434	3.393	1.132	1.112	0.504	0.864	0.846	1.063	0.203	1.390	0.249
3.5	9.95	0.050	1.75	0.132	0.553	1.301	1.482	1.177	0.535	4.170	1.661	1.529	0.713	1.289	1.257	1.641	0.284	1.839	0.366
4.0	9.95	0.050	1.75	0.151	0.640	1.229	2.013	1.537	0.653	5.135	2.374	2.065	0.989	1.870	1.820	2.441	0.399	2.405	0.528
4.5	9.95	0.050	1.75	0.169	0.697	1.166	2.571	1.876	0.777	6.123	3.153	2.628	1.284	2.514	2.439	3.322	0.532	2.992	0.712
3.0	9.95	0.042	1.00	0.073	0.735	0.405	0.378	0.114	0.429	2.555	0.306	0.419	0.162	0.217	0.230	0.228	0.098	0.665	0.087
5.0	9.95	0.050	1.75	0.184	0.764	1.120	3.047	2.136	0.881	6.950	3.835	3.107	1.540	3.081	2.982	4.092	0.655	3.488	0.878
4.0	10.25	0.060	2.50	0.054	0.567	0.604	0.231	0.074	0.621	6.410	0.146	0.320	0.087	0.098	0.175	0.146	0.189	0.760	0.044
4.5	10.25	0.060	2.50	0.061	0.606	0.706	0.606	0.162	0.747	7.689	0.421	0.725	0.244	0.290	0.367	0.324	0.252	1.389	0.111
5.0	10.25	0.060	2.50	0.066	0.654	0.746	0.979	0.270	0.852	8.760	0.734	1.118	0.407	0.514	0.580	0.542	0.310	1.933	0.183



3.0	10.40	0.050	1.50	0.058	0.579	0.492	0.186	0.052	0.438	3.266	0.123	0.235	0.073	0.084	0.120	0.103	0.101	0.493	0.037
3.5	10.40	0.050	1.50	0.066	0.606	0.551	0.441	0.121	0.540	4.034	0.329	0.505	0.183	0.230	0.261	0.243	0.142	0.879	0.090
4.0	10.40	0.050	1.50	0.076	0.672	0.574	0.817	0.257	0.668	4.989	0.679	0.895	0.353	0.487	0.505	0.514	0.199	1.377	0.179
4.5	10.40	0.050	1.50	0.085	0.708	0.577	1.244	0.452	0.798	5.969	1.118	1.333	0.552	0.816	0.820	0.896	0.266	1.903	0.293
5.0	10.40	0.050	1.50	0.092	0.753	0.572	1.624	0.653	0.907	6.789	1.535	1.722	0.734	1.135	1.126	1.287	0.327	2.353	0.279
3.0	11.03	0.052	1.50	0.060	0.669	0.591	0.249	0.067	0.467	3.474	0.171	0.303	0.100	0.117	0.153	0.134	0.112	0.596	0.050
3.5	11.03	0.052	1.50	0.069	0.705	0.644	0.537	0.152	0.575	4.289	0.414	0.605	0.225	0.291	0.320	0.305	0.157	1.011	0.112
4.0	11.03	0.052	1.50	0.079	0.768	0.662	0.950	0.314	0.710	5.304	0.812	1.032	0.414	0.586	0.600	0.626	0.220	1.545	0.213
4.5	11.03	0.052	1.50	0.088	0.785	0.660	1.415	0.540	0.849	6.343	1.303	1.509	0.634	0.957	0.955	1.067	0.293	2.108	0.342
5.0	11.03	0.052	1.50	0.096	0.857	0.652	1.827	0.769	0.964	7.214	1.765	1.929	0.833	1.313	1.298	1.512	0.361	2.588	0.319
3.0	12.86	0.048	1.00	0.083	1.104	0.657	0.630	0.223	0.562	3.145	0.559	0.678	0.279	0.407	0.410	0.443	0.137	0.980	0.158
3.5	12.86	0.048	1.00	0.095	1.189	0.647	0.969	0.403	0.690	3.872	0.931	1.023	0.440	0.691	0.684	0.794	0.192	1.379	0.190
4.0	12.86	0.048	1.00	0.109	1.200	0.627	1.417	0.681	0.848	4.777	1.460	1.479	0.661	1.106	1.085	1.335	0.270	1.886	0.295
4.5	12.86	0.048	1.00	0.122	1.241	0.604	1.898	1.008	1.011	5.703	2.061	1.966	0.903	1.584	1.548	1.980	0.360	2.416	0.415
3.0	13.04	0.056	1.50	0.065	0.934	0.813	0.394	0.107	0.558	3.903	0.289	0.456	0.162	0.201	0.234	0.214	0.135	0.812	0.080
3.5	13.04	0.056	1.50	0.074	0.980	0.854	0.745	0.228	0.687	4.816	0.609	0.821	0.320	0.435	0.456	0.457	0.188	1.286	0.161
4.0	13.04	0.056	1.50	0.085	1.055	0.860	1.236	0.448	0.848	5.951	1.110	1.325	0.549	0.810	0.814	0.888	0.265	1.894	0.291
4.5	13.04	0.056	1.50	0.095	1.091	0.848	1.779	0.741	1.012	7.114	1.710	1.880	0.809	1.270	1.257	1.458	0.353	2.533	0.310
5.0	13.04	0.056	1.50	0.103	1.160	0.833	2.257	1.029	1.149	8.088	2.266	2.365	1.043	1.704	1.675	2.018	0.435	3.077	0.406
3.0	13.30	0.060	1.75	0.138	1.022	2.429	1.655	1.299	0.585	4.488	1.890	1.704	0.803	1.474	1.437	1.896	0.320	2.025	0.417
3.5	13.30	0.060	1.75	0.158	1.078	2.291	2.224	1.670	0.722	5.511	2.665	2.278	1.100	2.110	2.051	2.770	0.448	2.628	0.597
4.0	13.30	0.060	1.75	0.181	1.175	2.147	2.950	2.085	0.881	6.782	3.694	3.009	1.487	2.964	2.870	3.934	0.629	3.387	0.844
4.5	13.30	0.060	1.75	0.203	1.205	2.025	3.709	2.461	1.048	8.083	4.805	3.773	1.899	3.895	3.756	5.183	0.839	4.172	1.120
5.0	13.30	0.060	1.75	0.221	1.258	1.939	4.354	2.743	1.188	9.172	5.769	4.421	2.253	4.708	4.525	6.259	1.033	4.833	1.369



4.0	13.75	0.070	2.50	0.063	1.009	1.252	0.769	0.206	0.858	8.173	0.554	0.898	0.314	0.385	0.457	0.414	0.277	1.633	0.142
4.5	13.75	0.070	2.50	0.071	1.107	1.319	1.373	0.404	1.029	9.790	1.091	1.528	0.583	0.774	0.827	0.810	0.370	2.466	0.265
5.0	13.75	0.070	2.50	0.077	1.157	1.338	1.930	0.626	1.173	11.145	1.633	2.103	0.839	1.174	1.208	1.249	0.456	3.182	0.391
3.0	13.93	0.058	1.50	0.067	1.033	0.937	0.474	0.131	0.438	4.124	0.358	0.540	0.198	0.251	0.281	0.264	0.147	0.925	0.098
3.5	13.93	0.058	1.50	0.076	1.100	0.971	0.858	0.274	0.737	5.087	0.720	0.937	0.372	0.516	0.534	0.548	0.206	1.429	0.190
4.0	13.93	0.058	1.50	0.088	1.166	0.971	1.388	0.525	0.909	6.284	1.273	1.480	0.621	0.935	0.933	1.039	0.289	2.075	0.334
4.5	13.93	0.058	1.50	0.098	1.213	0.954	1.971	0.854	1.085	7.511	1.931	2.075	0.903	1.442	1.422	1.678	0.386	2.753	0.348
5.0	13.93	0.058	1.50	0.107	1.289	0.934	2.482	1.173	1.232	8.538	2.537	2.594	1.154	1.916	1.881	2.299	0.475	3.331	0.454
3.0	14.92	0.052	1.00	0.090	1.320	0.866	0.820	0.321	0.325	3.560	0.765	0.872	0.369	0.563	0.561	0.633	0.168	1.206	0.217
3.5	14.92	0.052	1.00	0.103	1.417	0.844	1.218	0.554	0.805	4.382	1.221	1.277	0.562	0.918	0.903	1.086	0.235	1.663	0.247
4.0	14.92	0.052	1.00	0.118	1.481	0.810	1.740	0.898	0.989	5.403	1.860	1.806	0.823	1.424	1.393	1.762	0.330	2.243	0.374
4.5	14.92	0.052	1.00	0.132	1.502	0.777	2.297	1.289	1.178	6.448	2.577	2.369	1.106	2.000	1.952	2.549	0.440	2.848	0.520
4.5	16.03	0.075	2.50	0.076	1.433	1.704	1.828	0.582	1.214	10.903	1.531	1.998	0.791	1.098	1.136	1.164	0.440	3.053	0.367
5.0	16.03	0.075	2.50	0.083	1.459	1.710	2.481	0.877	1.382	12.407	2.199	2.668	1.096	1.599	1.614	1.741	0.541	3.859	0.523
3.0	16.63	0.065	1.75	0.150	1.445	3.113	1.978	1.514	0.276	5.073	2.326	2.029	0.971	1.831	1.782	2.387	0.391	2.368	0.517
3.5	16.63	0.065	1.75	0.171	1.514	2.926	2.631	1.910	0.908	6.227	3.237	2.688	1.316	2.584	2.506	3.417	0.547	3.054	0.733
4.0	16.63	0.065	1.75	0.196	1.615	2.735	3.462	2.344	1.108	7.661	4.439	3.524	1.764	3.588	3.464	4.773	0.768	3.916	1.028
4.5	16.63	0.065	1.75	0.220	1.676	2.575	4.328	2.732	1.318	9.129	5.731	4.395	2.239	4.676	4.495	6.216	1.025	4.807	1.359
5.0	16.63	0.065	1.75	0.239	1.759	2.462	5.063	3.020	1.494	10.357	6.849	5.134	2.646	5.624	5.386	7.452	1.262	5.557	1.654
3.5	18.74	0.070	1.75	0.185	1.818	3.666	3.060	2.143	1.026	6.972	3.853	3.120	1.546	3.097	2.997	4.113	0.658	3.501	0.883
4.0	18.74	0.070	1.75	0.211	1.911	3.419	4.000	2.592	1.252	8.575	5.237	4.065	2.058	4.259	4.101	5.667	0.925	4.470	1.231
4.5	18.74	0.070	1.75	0.237	1.993	3.214	4.979	2.988	1.489	10.216	6.719	5.049	2.599	5.514	5.283	7.309	1.234	5.471	1.619
5.0	18.74	0.070	1.75	0.258	2.092	3.069	5.807	3.279	1.687	11.589	7.999	5.881	3.063	6.603	6.301	8.711	1.519	6.314	1.966
3.5	19.13	0.060	1.00	0.119	1.937	1.340	1.771	0.919	1.041	5.462	1.899	1.837	0.838	1.455	1.423	1.804	0.336	2.277	0.382



---

4.0	19.13	0.060	1.00	0.136	2.020	1.273	2.449	1.398	1.279	6.729	2.778	2.523	1.185	2.163	2.109	2.773	0.472	3.011	0.562
4.5	19.13	0.060	1.00	0.153	2.111	1.212	3.166	1.912	1.523	8.027	3.747	3.247	1.558	2.955	2.875	3.862	0.629	3.774	0.766
3.5	23.16	0.075	1.50	0.099	2.300	2.359	2.004	0.874	1.255	7.577	1.969	2.108	0.919	1.471	1.451	1.716	0.391	2.791	0.355
3.0	23.16	0.065	1.00	0.112	2.311	1.808	1.543	0.765	1.034	5.024	1.615	1.607	0.724	1.229	1.204	1.499	0.293	2.027	0.325
4.5	23.16	0.090	2.50	0.092	2.332	3.226	3.429	1.369	1.794	14.470	3.229	3.638	1.548	2.386	2.369	2.699	0.694	4.986	0.505
3.5	23.16	0.085	1.75	0.224	2.404	6.576	4.470	2.791	1.275	9.367	5.945	4.538	2.317	4.857	4.666	6.454	1.069	4.952	1.415
4.0	23.16	0.075	1.50	0.113	2.458	2.274	2.894	1.445	1.544	9.344	3.041	3.012	1.360	2.315	2.268	2.832	0.549	3.789	0.542
3.5	23.16	0.065	1.00	0.129	2.463	1.726	2.150	1.185	1.267	6.176	2.385	2.221	1.031	1.845	1.801	2.336	0.410	2.689	0.481
5.0	23.16	0.090	2.50	0.099	2.519	3.177	4.385	1.924	2.039	16.454	4.322	4.611	2.013	3.233	3.186	3.778	0.854	6.088	0.667
4.0	23.16	0.085	1.75	0.257	2.537	6.103	5.762	3.264	1.554	11.515	7.929	5.836	3.037	6.543	6.246	8.634	1.503	6.268	1.947
4.5	23.16	0.075	1.50	0.127	2.582	2.185	3.847	2.104	1.839	11.155	4.249	3.976	1.842	3.282	3.205	4.146	0.733	4.830	0.758
4.0	23.16	0.065	1.00	0.147	2.610	1.633	2.931	1.744	1.557	7.606	3.426	3.010	1.435	2.692	2.621	3.500	0.576	3.526	0.698
4.5	23.16	0.085	1.75	0.288	2.675	5.718	7.102	3.670	1.849	13.713	10.036	7.181	3.796	8.345	7.918	10.910	2.005	7.625	2.538
5.0	23.16	0.075	1.50	0.138	2.676	2.115	4.667	2.689	2.087	12.670	5.327	4.805	2.264	4.156	4.051	5.344	0.902	5.712	0.955

